

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE

MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR

**UNIVERSITE DES SCIENCES ET DE LA TECHNOLOGIE
HOUARI BOUMEDIENE**

INSTITUT DES TECHNICIENS SUPERIEURS

T H E S E

Présentée en vue de l'obtention du grade de

M A G I S T E R

en Electronique

Spécialité : Instrumentation et Génie des Systèmes.

Par : Abdelkrim Boudjema

T H E M E

**ANALYSE DES PERFORMANCES ET ELABORATION
DES TECHNIQUES DE CONCEPTION DES
AMPLIFICATEURS DE PUISSANCES MICRO-ONDES
A L'ETAT SOLIDE**

Soutenue le, 09 octobre 2003 devant le jury suivant :

Mr H. MOULAI
Mr R. AKSAS
Mr B. HADDAD
Mr B. BENAMANE
Mr M. TRABELSI

Maître de Conférence (USTHB)
Professeur (ENP)
Maître de Conférence (USTHB)
Chargé de Cours (USTHB)
Maître de Conférence (ENP)

Président
Examinateur
Examinateur
Examinateur
Directeur de Thèse

A ma femme

A ma fille

A mon fils

A mes amis

REMERCIEMENTS

J'exprime ma profonde gratitude à monsieur M. Trabelsi, Maître de Conférence à l'Ecole Nationale Polytechniques, pour la confiance qu'il m'a témoigné en acceptant la direction scientifique de ce travail, je lui suis très reconnaissant pour l'aide et les conseils qu'il m'a apporté, tant que sur le plan scientifique qu'humain.

Je remercie monsieur H. Moulai, Maître de Conférence à l'Université des Sciences et Technologie Houari Boumediene, pour avoir accepté la charge de présider ce jury de thèse.

J'exprime mes vifs remerciements à monsieur R. Aksas, Professeur à l'Ecole Nationale Polytechniques, de son accueil au sein de son laboratoire et de m'avoir honoré par sa participation en tant que membre de la commission d'examen.

Je suis très reconnaissant à monsieur B. Haddad, Maître de Conférence à l'Université des Sciences et Technologie Houari Boumediene, d'avoir accepté de participer à l'examen de ce travail.

Je suis très heureux par la présence de monsieur B. Benamane, Chargé de Cours à l'Université des Sciences et Technologie Houari Boumediene, pour son aide si précieuse dans les moments les plus difficiles.

SOMMAIRE

Introduction générale	1
------------------------------	---

Chapitre 1

Les transistors de puissance en micro-ondes

1.1. Introduction	3
1.2. Les différents types de transistors	3
1.2.1. Les transistors à homojonction	3
1.2.2. Les transistors à hétérojonction	4
1.3. Modèles électriques du transistor MESFET	4
1.3.1. Modèle faible signal	4
1.3.2. Modèle fort signal	5
1.4. Caractéristiques statiques du MESFET	7

Chapitre 2

Modélisation des transistors MESFET

2.1. Introduction	8
2.2. Procédure de caractérisation	8
2.3. Caractérisation des éléments non linéaires du modèle grand signal	8
2.3.1. Modélisation des caractéristiques NL	9
2.3.2. Mesure des caractéristiques statiques	11
2.3.3. Optimisation	12

Chapitre 3

Performances des classes d'amplification

3.1. Introduction	16
3.2. Etudes des classes A, AB, B et C	16
3.2.1. Influence de l'angle d'ouverture sur les classes A, AB, B et C	17
3.2.2. Comparaison des performances pour les deux modèles	21
3.2.3. Influence de V_{gs1} sur les performances	24

Chapitre 4

Simulation des performances du MESFET

4.1. Introduction	28
4.2. Influence de la charge sur la puissance	28
4.3. Influence de la charge sur le rendement	32
4.4. Intermodulation d'ordre 3	35
4.5. Evolution des performances avec la puissance d'entrée	39

Chapitre 5

Structures des amplificateurs de puissances

5.1. Introduction	42
5.2. Etude des structures	42

Chapitre 6

Conception des amplificateurs micro-ondes de puissance

6.1. Introduction	51
6.2. Organigramme de conception	51
6.3. Synthèse de circuit en technologie micro ruban	55
6.4. Conception d'amplificateurs micro-ondes de puissance	56

Conclusion générale	66
----------------------------	----

Bibliographie	68
----------------------	----

Annexe	70
---------------	----

INTRODUCTION GENERALE

Actuellement, les quantités d'informations à transmettre et à traiter sont devenues très importantes, le développement des systèmes de télécommunications conduit donc les concepteurs de circuits micro-ondes à élaborer des techniques et des méthodes de conception visant l'amélioration de leurs performances. L'amplificateur de puissance est caractérisé principalement par la mise en jeu de puissances relativement élevées, du rendement et de la linéarité et reste l'un des circuits essentiels de ces systèmes. Le choix du dispositif actif à l'état solide impose donc à ce dernier la particularité de supporter des signaux forts, le transistor MESFET AsGa est le plus approprié ; suite à cela nous pouvons affirmer que l'amplificateur de puissance est un circuit non linéaire. Il existe plusieurs techniques d'analyse non linéaire, entre autres les séries de Voltéra, les méthodes temporelles, la méthode tempo-fréquentielle (harmonic-balance).

Les travaux que nous avons menés consistent à étudier et analyser les performances (puissances, rendements et intermodulation) de l'amplificateur de puissance d'une part, et à élaborer des techniques de conception de ce dispositif d'autre part. Pour cela, nous avons adopté le plan suivant :

- Après avoir présenté les différents types de transistors de puissance micro-ondes (Chapitre 1), nous avons fait l'étude préalable des modèles de la source de courant de drain, principale responsable de la non linéarité. Nous avons alors déterminé les paramètres de ces modèles par ajustage aux réseaux des caractéristiques statiques mesurés en ayant recours à la méthode d'optimisation de Newton-Raphson.(chapitre 2).
- Le chapitre3 est consacré à l'analyse des performances de l'amplificateur en fonction des classes de fonctionnement et du modèle en vue d'en déduire le meilleur couple classe-modèle .
- En utilisant le modèle de Gopinath, choisi pour la simplicité de son expression mathématique et de sa relative précision, nous avons étudié l'influence de la charge et de la puissance d'entrée sur les performances (puissance, rendement, intermodulation) d'un amplificateur pour un transistor donné. Ainsi, nous avons déterminé la charge optimale correspondant à une puissance de sortie maximale ou à un rendement maximum. Cette étude nous a montré que certaines performances sont antagonistes et peuvent mener vers la recherche d'un compromis en particulier entre la puissance et l'intermodulation (Chapitre 4).
- Dans le chapitre 5, les différentes structures semi localisées et distribuées indispensables pour la conception d'un amplificateur de puissance sont aussi étudiées.

- Enfin, la dernière étape (chapitre 6) est consacrée à la conception d'un amplificateur de puissance à l'état solide. Nous avons alors élaboré un ensemble de techniques de conception schématisé par un organigramme complet contenant toutes les étapes et méthodes conduisant, à partir du calcul des performances, au dimensionnement et la synthèse des circuits d'un amplificateur.

CHAPITRE 1

Les transistors de puissance en micro-ondes

1.1. Introduction

La première étape de la conception d'un amplificateur de puissance consiste à choisir l'élément actif. Les principaux critères à prendre en considération lors du choix des transistors sont :

- La puissance de sortie à 1dB de compression ;
- Le rendement en puissance ajoutée (Power Added Efficiency) ;
- Le gain en puissance à 1dB de compression ;
- La fréquence de coupure.

Fondamentalement les transistors de puissance en micro-ondes sont modélisés, à la sortie, par des sources de courant idéales commandées par un signal d'excitation. En signaux faibles, le transistor est considéré comme un dispositif linéaire. Par contre, en signaux forts, il est non linéaire. La fréquence d'utilisation des transistors est repoussée vers des valeurs de plus en plus élevées grâce notamment à :

- L'utilisation des matériaux semiconducteurs plus performants tel que l'arséniure de gallium (AsGa) qui s'est imposé devant le silicium (Si) grâce à une mobilité plus grande des porteurs de charges ;
- La mise en œuvre de nouvelles techniques de réalisation réduisant certaines dimensions ;
- L'utilisation de nouveaux profils de dopage ;

Les différents types de transistors, qu'ils soient bipolaires ou à effet de champ, peuvent être classés en deux familles : les transistors à homojonction et à hétérojonction.

1.2. Les différents types de transistors

1.2.1. Les transistors à homojonction

a. transistors bipolaires [1]

La mobilité des porteurs de charge du Silicium, qui est le matériau semiconducteur utilisé dans ce transistor, est l'une des limites de leur utilisation en hyperfréquence. De plus, l'obtention de bonnes performances nécessite des tensions collecteurs relativement importantes.

b. les transistors à effet de champ FET [2]

Les transistors à effet de champ peuvent atteindre des performances intéressantes pour des tensions drain moins importantes. Différentes structures du transistor FET sont utilisées :

- le MOSFET qui se caractérise par une capacité d'entrée élevée qui ne permet pas son utilisation aux fréquences supérieures du spectre micro-ondes.
- le MESFET utilise un contact Schottky. L'obtention possible d'une grille métallique de faible dimension permet d'utiliser ce transistor à des fréquences élevées. Le MESFET en AsGa est actuellement utilisé au voisinage de 100Ghz pour des puissances de quelques watts.

1.2.2. Les transistors à hétérojonction.

Une hétérojonction est obtenue lorsque deux semiconducteurs, en contact, ont des bandes d'énergies de niveaux différents. Les hétérojonctions AsGa et AlGaAs ou InGaAs et AlGaAs sont les plus utilisés en micro-ondes.

a. Les transistors à effet de champ. [3]

Ces transistors sont : le HEMT (High Electron Mobility Transistor), le TEGFET (Two Dimensional Electron GaAs FET) et le MODFET (Modulation Doped FET). Le HEMT a un contact de grille Schottky mais sa structure est plus complexe que celle du MESFET AsGa. Il est surtout utilisé dans les amplificateurs à faible bruit.

b. Les transistors bipolaires HBT [4]

Comparé au MESFETGaAs, le HBT possède un gain supérieur et une impédance d'entrée faible. Par contre, il est limité en puissance.

En conclusion, le MESFET AsGa de plus de sa disponibilité, répond au mieux aux critères, en l'occurrence la fréquence et la puissance élevées.

1.3. Modèles électriques du transistor MESFET [5] [6]

Pour étudier la réponse en faible signal, le transistor peut être caractérisé par un modèle linéaire. Lorsque l'excitation est de forte amplitude, l'utilisation d'un modèle tenant compte des effets non linéaires est impérative. La détermination du modèle électrique du transistor se fait à partir des paramètres S_{ij} mesurés pour les éléments linéaires, et des réseaux statiques mesurés pour les éléments non linéaires.

1.3.1. Modèle faible signal

Pour les faibles signaux, le modèle électrique est représenté par la figure 1.1. La zone active du composant est représentée par la partie intrinsèque du schéma dont les éléments dépendent des caractéristiques électriques et physiques du transistor. La signification de ces éléments est la

suivante :

- L_g , L_s , et L_d sont des éléments parasites extrinsèques dus aux accès métalliques.
- R_s et R_d sont des résistances de contact ohmiques.
- R_g est la résistance dynamique de la grille. C'est la résistance du contact Schottky.
- R_i représente la résistance du canal.
- C_{gs} et C_{gd} sont les capacités dues aux variations de charge dans la zone déserte du canal.
- C_{ds} représente les effets capacitifs entre la source et le drain
- G_m est la transconductance. Elle traduit l'effet fondamental d'amplification qui est la variation du courant de drain I_{ds} en fonction de celle de la tension grille V_{gs} autour du point de repos (V_{gso}, V_{dso}) , soit :

$$G_m = \left(\frac{\partial I_{ds}}{\partial V_{gs}} \right)_{V_{gso}, V_{dso}} \quad (1.1)$$

- G_d est la conductance du drain. Elle modélise la variation du courant de drain en fonction de la tension de drain V_{ds} autour du point de polarisation.

$$G_d = \frac{I}{R_{ds}} = \left(\frac{\partial I_{ds}}{\partial V_{ds}} \right)_{V_{gso}, V_{dso}} \quad (1.2)$$

- τ est le temps de transit des électrons dans le canal. Il traduit la réponse de la transconductance à une variation de la tension grille.

Le courant de drain I_{ds} caractérisant le fonctionnement fondamental s'écrit donc :

$$I_{ds}(t) = G_m V_{gs}(t - \tau) + G_d V_{ds}(t) \quad (1.3)$$

1.3.2. Modèle fort signal.

En régime grand signal, le modèle électrique est représenté par le schéma de la figure (1.2). Le modèle fort signal comporte cinq non-linéarités en fonction de $V_{ds}(t)$ et $V_{gs}(t)$ dont la plus importante est $I_{ds}(t)$. Le générateur $I_{gs}(t)$ traduit la conduction de la jonction Schottky de grille, quand la tension appliquée à celle-ci est supérieure au potentiel de contact. Le générateur de courant $I_{gd}(t)$ traduit le phénomène d'avalanche lorsque la tension de drain est importante ou lorsque la tension grille est fortement négative. Parmi les éléments électriques intrinsèques seules C_{gs} et C_{dg} ont un comportement non linéaire.

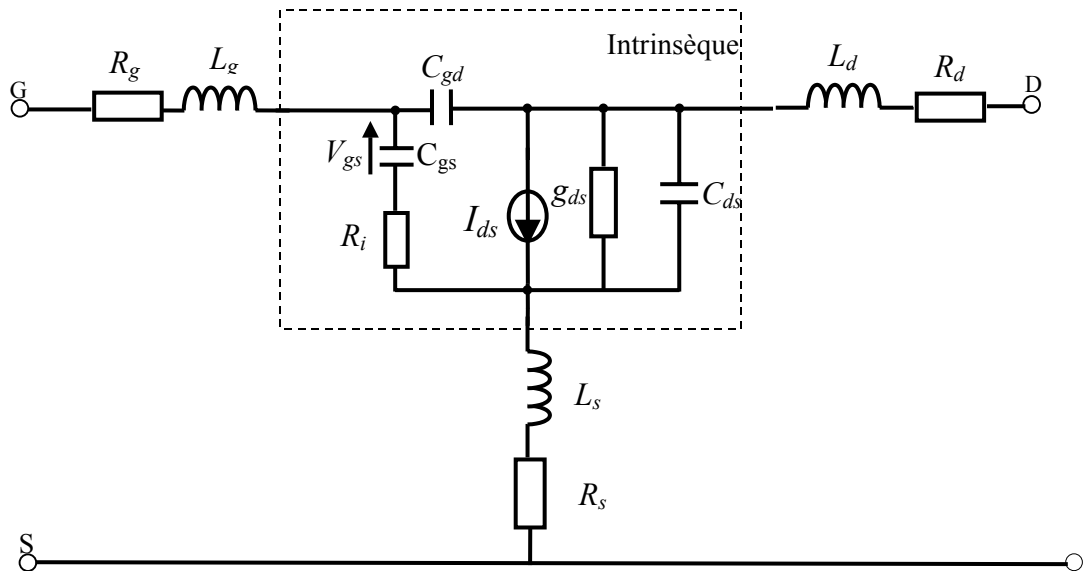


Figure 1.1 : Schéma équivalent du transistor MESFET faible signal

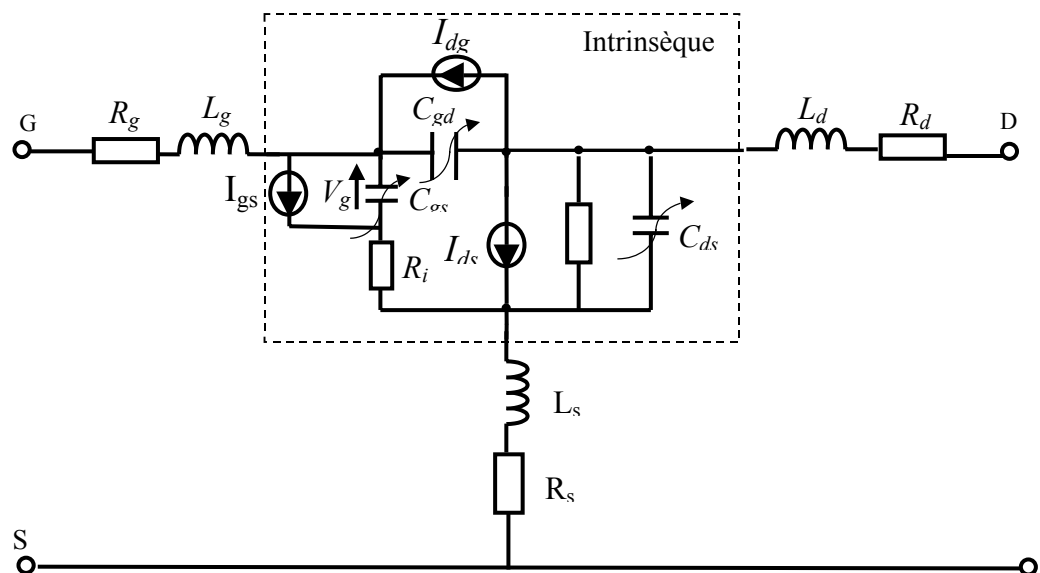


Figure 1.2 : Schéma équivalent du transistor MESFET fort signal

Un modèle simplifié unilatéral traduisant le fonctionnement fondamental du transistor est illustré par la Figure 1.3.

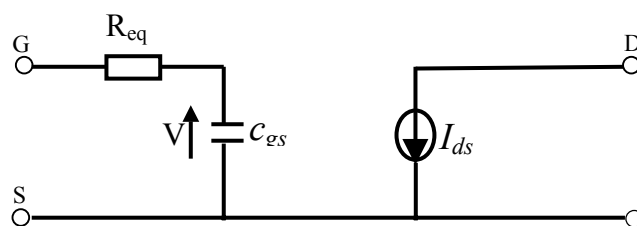


Figure 1.3 : Modèle simplifié unilatéral du transistor MESFET.

1.4. Caractéristiques statiques du MESFET.

Pour le fonctionnement en amplificateur, la région utilisée est la zone de saturation qui est limitée par V_{dsmin} , V_{dsmax} et $V_{gs} = V_{\phi}$ (figure 1.4). V_{ϕ} est le potentiel de contact et I/R_o est la pente de la caractéristique pour $V_{gs} = 0$. Ces caractéristiques sont importantes aussi bien pour l'évaluation des performances d'un amplificateur de puissance que pour sa conception.

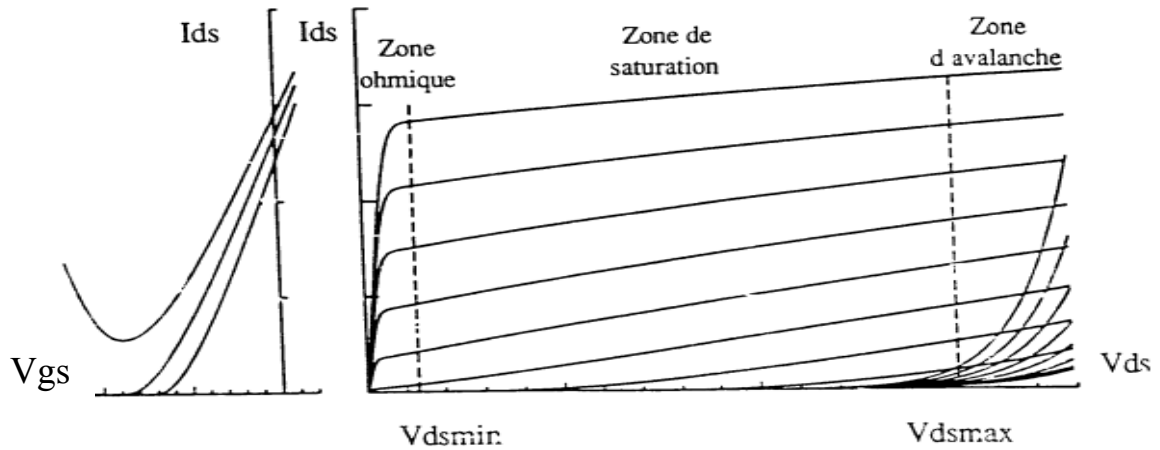


Figure 1.3 : Réseau de caractéristiques statiques du transistor MESFET GaAs

CHAPITRE 2

Modélisation des transistors MESFET

1. Introduction

Pour pouvoir évaluer ou imposer les performances d'un amplificateur de puissance, il faut évidemment connaître ou déterminer au préalable les valeurs des paramètres caractéristiques de chaque circuit constituant ce dispositif. Cette procédure qui est la caractérisation des circuits est généralement tributaire des modèles électriques et/ou mathématiques. Si la caractérisation des circuits passifs est généralement relativement simple et facile, elle est par contre complexe et difficile pour les circuits actifs de puissance. Dans ce chapitre, il sera déterminé le modèle mathématique adéquat à partir des mesures statiques faites sur un transistor de puissance par une méthode d'optimisation.

2. Procédure de caractérisation

Les méthodes de caractérisation des transistors micro-ondes nécessitent la mise en œuvre de systèmes de mesures afin de qualifier la réponse du transistor en vue d'une application donnée. Il existe deux approches pour caractériser un transistor de puissance.

- La première procédure est basée sur la détermination d'un modèle mathématique pour chaque élément non linéaire du modèle du transistor [7]. Il pourra alors être utilisé pour calculer la réponse du transistor et optimiser son fonctionnement par des méthodes analytiques ou numériques, alors que les éléments linéaires sont déterminés à partir de la matrice de répartition S_{ij} mesurée, en utilisant généralement des méthodes d'itération ou d'optimisation [8].
- La deuxième procédure consiste, à partir des mesures des performances (puissance, rendement, et coefficient d'inter modulation) pour une fréquence et une polarisation données et une charge variable, à caractériser un transistor de puissance. Cette technique expérimentale de caractérisation appelée Load-Pull est directe [9].

Dans le but de d'étudier les performances du transistor utilisé dans notre amplificateur, nous avons choisi la première procédure pour déterminer les paramètres du modèle mathématique qui traduit le comportement non linéaire de la source de courant de drain I_{ds} .

3. Caractérisation des éléments non linéaires du modèle grand Signal

La détermination du modèle électrique grand signal peut être effectuée selon les étapes suivantes :

- Choix du modèle (ou expression) mathématique capable de traduire les variations des grandeurs non linéaires.
- Choix et mise en œuvre d'une technique de mesure de ces variations.
- Approximation des caractéristiques statiques à l'expression mathématique par une méthode d'optimisation appropriée en vue d'obtenir les grandeurs électriques régissant le fonctionnement du transistor.

Pour approximer les caractéristiques $I_{ds} = f(V_{gs}, V_{vds})$ par l'un des modèles mathématiques, nous avons opté pour la méthode d'optimisation de Newton-Raphson.

3.1. Modélisation des caractéristiques N.L

a. Modélisation de la source de courant I_{ds}

Ces vingt dernières années, de nombreuses expressions analytiques ont été proposées pour le modèle du courant de drain I_{ds} , parmi lesquelles :

L'expression de Gopinath et Rankin [7],[10] qui s'exprime comme suit:

$$I_{ds} = I_{dss} \left(1 - \frac{V_{gs}}{V_p}\right)^2 \left(1 + \frac{V_{ds}}{R_o I_{dss}}\right) \tanh(\alpha V_{ds}) \quad (2.1)$$

et en zone saturée :

$$I_{ds} = I_{dss} \left(1 - \frac{V_{gs}}{V_p}\right)^2 \left(1 + \frac{V_{ds}}{R_o I_{dss}}\right) \quad (2.2)$$

Les grandeurs électriques I_{dss}, V_p, R_o et le coefficient α caractérisant la zone ohmique sont déterminés par ajustage.

L'expression de Materka et Kacprzak [7],[11] qui s'écrit :

$$I_{ds} = I_{dss} \left(1 - \frac{V_{gs}}{V_p}\right)^2 \left(1 + \frac{V_{ds}}{R_o I_{dss}}\right) \tanh\left(\frac{\alpha V_{ds}}{V_{gs} - V_p}\right) \quad (2.3)$$

avec :

$$V_p = V_{po} + \gamma V_{ds}$$

où $I_{dss}, R_o, V_{po}, \alpha$ et γ sont des paramètres à ajuster.

Les expressions de Staz et Pucel [7],[12] qui sont :

$$I_{ds} = \beta (V_{gs} - V_T)^2 (1 + \lambda V_{ds}) \tanh(\alpha V_{ds}) \quad (2.4)$$

$$I_{ds} = \beta \frac{(V_{gs} - V_t)^2}{1 + b(V_{gs} - V_t)} (1 + \lambda V_{ds}) \left[1 - \left(1 - \frac{\alpha V_{ds}}{3}\right)^3\right] \quad \text{si } V_{ds} < \frac{3}{\alpha} \quad (2.5)$$

$$I_{ds} = \beta \frac{(V_{gs} - V_t)^2}{1 + b(V_{gs} - V_t)} (1 + \lambda V_{ds}) \quad \text{si } V_{ds} \geq \frac{3}{\alpha} \quad (2.6)$$

Les paramètres β, b, λ, V_t sont déterminés par ajustage.

L'expression de Curtice [6],[13]

$$I_{ds} = (A_0 + A_1 V_I + A_2 V_I^2 + A_3 V_I^3) \tanh(A_4 V_{ds}) \quad (2.7)$$

avec :

$$V_I = V_{gs} (1 + \beta (V_{dso} - V_{ds})) \quad (2.8)$$

où A_0, A_1, A_2, A_3, A_4 et β sont les paramètres à ajuster.

L'expression de Tajima [7],[14]

$$I_{ds} = I_{dss} F_G F_D \quad (2.9)$$

où

$$F_G = \frac{\left(V_{gsn} - \frac{1 - \exp(-m V_{gsn})}{m} \right)}{K} \quad (2.10)$$

$$F_D = 1 - \exp(-V_{dsn} - a V_{dsn}^2 - b V_{dsn}^3) \quad (2.11)$$

$$V_{gsn} = 1 + \frac{V_{gs} - V_\phi}{V_p} \quad (2.12)$$

$$V_{dsn} = \frac{V_{ds}}{V_{vdsp} \left(1 + W \frac{V_{gs}}{V_p} \right)} \quad (2.13)$$

$$K = 1 - \frac{1 - \exp(-m)}{m} \quad (2.14)$$

$$V_p = V_{po} + p V_{ds} + V_\phi \quad (2.15)$$

Les paramètres $I_{dss}, m, a, b, w, p, V_\phi, V_{dsp}, V_{po}$ sont déterminés en approximant les réseaux statiques mesurés au modèle mathématique.

b. Modélisation de la source de courant d'avalanche I_{dg}

Ce courant fonction de V_{gs} peut être représenté par la formule suivante [5] :

$$I_{dg} = I_{dgo} \left(K_1 + K_2 V_{ds}^{K_3} \right)^{(K_4 - K_5 V_{gs})} \quad (2.16)$$

où $I_{dgo}, K_1, K_2, K_3, K_4, K_5$ sont des paramètres d'ajustage.

c. Modélisation du courant de grille I_{gs}

Ce courant est donné par [5] :

$$I_{gs} = I_{gso} \left(1 - \exp(kV_{gs}) \right) \quad (2.17)$$

Cette expression permet, la détermination rapide des paramètres I_{gso} et k à partir des mesures.

d. Modélisation des capacités non linéaires [11].

Les capacités C_{ds} et C_{gd} (figure 1.2) ne changent pas beaucoup quand V_{gs} et V_{ds} varient. Elles peuvent donc être considérées comme constantes. Seule la capacité C_{gs} demeure sensible aux variations de V_{gs} et V_{ds} . Elle est représentée par l'expression suivante :

$$C_{gs} = C_{gso} \frac{(1 + B_1 V_{ds})}{\left(1 - \frac{V_{gs}}{V_\phi} \right)^r} + B_2 \quad (2.18)$$

où $C_{gs}, V_\phi, B_1, B_2, r$ sont des paramètres à déterminer par ajustage aux résultats expérimentaux. Néanmoins, la formule la plus souvent utilisée est :

$$C_{gs} = C_{gso} \left(\frac{1}{1 - \frac{V_{gs}}{V_\phi}} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (2.19)$$

où C_{gso} représente la valeur de C_{gs} à V_{gs} nulle .

Cette capacité non linéaire peut être décrite à partir des variations de la charge Q_{gs} telle que :

$$C_{gs} = \frac{dQ}{dV_{gs}} \quad (2.20)$$

et

$$Q_{gs} = -2V_\phi C_{gso} \left(1 - \frac{V_{gs}}{V_\phi} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (2.21)$$

3.2. Mesure des caractéristiques statiques

L'inconvénient majeur des mesures classiques, réalisées en continu, est l'échauffement du transistor à fort niveau (tensions de polarisation élevées) qui se traduit par des pentes négatives des

caractéristiques $I_{ds} = f(V_{ds})$. Pour remédier à ce problème thermique, des méthodes de mesure en impulsion ont été développées [7].

3.3. Optimisation

Les mesures des caractéristiques statiques ont été réalisées sur le transistor MESFET AsGa FLM-7785-AC grâce à un banc de mesures en impulsion développé à l'IRCOM de Brive (France). Nous avons réalisé l'ajustage des paramètres du modèle mathématique à ces mesures en recherchant le minimum d'une fonction d'erreur entre mesure et modèle. Pour cela nous avons opté pour la méthode d'optimisation de Newton-Raphson qui réalise un fittage du type moindre carré définissant la fonction erreur comme étant :

$$\varepsilon = \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N (I_{ds(\text{mesuré})} - I_{ds(\text{calculé})})_{V_{gs}m}^2 \quad (2.22)$$

où n est le nombre de mesure du courant I_{ds} en fonction de V_{ds} à V_{gs} maintenue constante, et m le nombre de points correspondant à V_{gs} . Mais nous estimons que la relation (2.23) n'est pas valable dans notre cas, car les paramètres des modèles mathématiques à ajuster ne sont pas tous linéaires. Comme par exemple, la conductance $G_d = \frac{I}{R_d}$ qui est déterminée par la pente des caractéristiques statiques du transistor $I_{ds} = f(V_{ds})_{V_{gs}=cte}$, nous avons donc utilisé pour chaque valeur de V_{gs} la fonction d'erreur suivante :

$$\varepsilon = \sum_{n=1}^N (I_{ds(\text{mesuré})} - I_{ds(\text{calculé})})_{V_{gs}m}^2 \quad (2.23)$$

la convergence de la méthode d'optimisation dépend fortement des valeurs des composantes du vecteur initial, dont la nature et le nombre diffèrent selon le modèle utilisé. Les valeurs de ces composantes peuvent être prises soit du catalogue des transistors fournis par le fabricant soit à partir des mesures en statique de $I_{ds} = f(V_{gs}, V_{ds})$. En réalité, les mesures constituent une source d'information plus complète.

Les mesures en statique du MESFET GaAs FLM-7785-AC sont représentées dans le tableau (2.1). Dans le but de déterminer les paramètres statiques I_{dss} , R_o , V_p et la tension de seuil V_T du transistor nécessaires à l'étude et l'analyse de l'amplificateur, seuls les modèles de Gopinath et Rankin, de Materka et Kacprzak et de Staz et Pucel sont approximés aux caractéristiques statiques.

Approximation au modèle de Gopinath et Rankin :

Cette approximation consiste à déterminer les grandeurs électriques I_{dss} , R_o , V_p et α contenues dans le modèle mathématique donnée par l'équation (2.1). Alors dans ce cas le vecteur initial a pour composantes ces grandeurs électriques dont les valeurs sont déterminées à partir du tableau (2.1).

- $I_{dss} = 2A$: valeur de I_{ds} à $V_{gs} = 0$ et V_{ds} minimale.
- $R_o = 30\Omega$: valeur de l'inverse de la pente pour $I_{gs} = 0$ dans la zone de saturation.

- $V_p = 3v$: valeur de V_{gs} correspondant à $I_{ds} = 0$.
- La valeur de $\alpha = 1.36$, qui représente la courbure pour les valeurs de V_{ds} inférieures à $V_{ds\ min}$, est obtenue après avoir remplacé les valeurs précédentes de I_{dss} , R_o et V_p dans l'équation (2.1) pour un point de polarisation choisi. ($I_{ds} = 2v$; $V_{gs} = 0v$; $V_{ds} = 1v$)

V_{ds}	$(I_{ds})_{0.00}$	$(I_{ds})_{0.25}$	$(I_{ds})_{0.5}$	$(I_{ds})_{0.75}$	$(I_{ds})_{1.00}$	$(I_{ds})_{1.25}$	$(I_{ds})_{1.50}$	$(I_{ds})_{1.75}$	$(I_{ds})_{2.00}$	$(I_{ds})_{2.25}$
0.25	0.210	0.220	0.350	0.273	0.250	0.273	0.130	0.023	00.00	0.000
0.50	0.750	0.750	0.698	0.75	0.570	0.400	0.250	0.045	00.00	0.000
1.00	1.450	1.430	1.180	0.954	0.680	0.477	0.297	0.068	00.00	0.000
1.25	1.810	1.545	1.270	1.022	0.720	0.522	0.350	0.113	00.04	0.000
1.50	1.900	1.590	1.320	1.068	0.790	0.568	0.362	0.161	0.042	0.000
2.00	1.980	1.630	1.362	1.110	0.800	0.613	0.386	0.180	0.045	0.000
3.00	2.000	1.700	1.390	1.130	0.850	0.660	0.431	0.200	0.068	0.000
4.00	2.040	1.750	1.450	1.180	0.900	0.704	0.454	0.272	0.090	0.000
6.00	2.110	1.840	1.570	1.320	1.000	0.820	0.550	0.340	0.160	0.045
8.00	2.180	1.930	1.700	1.400	1.130	0.886	0.636	0.409	0.204	0.068
10.0	2.250	2.040	1.790	1.520	1.270	1.000	0.727	0.500	0.272	0.113
12.0	2.340	2.130	1.900	1.660	1.308	1.136	0.860	0.613	0.363	0.180
14.0	2.400	2.220	1.990	1.750	1.390	1.250	0.950	0.704	0.454	0.227

Tableau 2.1 : Mesures des caractéristiques statiques $I_{ds} = f(V_{ds})_{V_{gs}=cte}$ du Transistor FLM 778

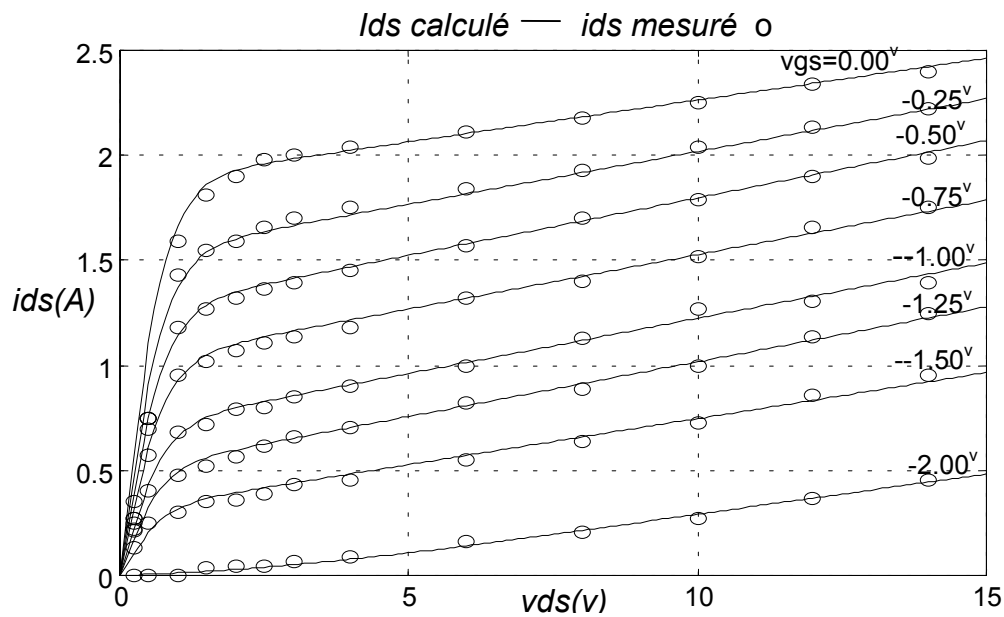


Figure 2.1 : Ajustage de ids mesuré au modèle de Gopinath et Rankin

Les résultats obtenus sont: $I_{dss}=1.812mA$; $V_p=-3.0563v$; $R_o=29.12\Omega$; $\alpha=1.56$

Approximation au modèle de Materka et Kacprza :

Les composantes I_{dss} , R_o , V_p et α du vecteur initial ont les mêmes valeurs que celles du modèle de Gopinath. Nous avons obtenu la valeur initiale $\gamma = 0.0041$ en remplaçant ces valeurs dans l'équation (2.3) pour le même point de polarisation précédent.

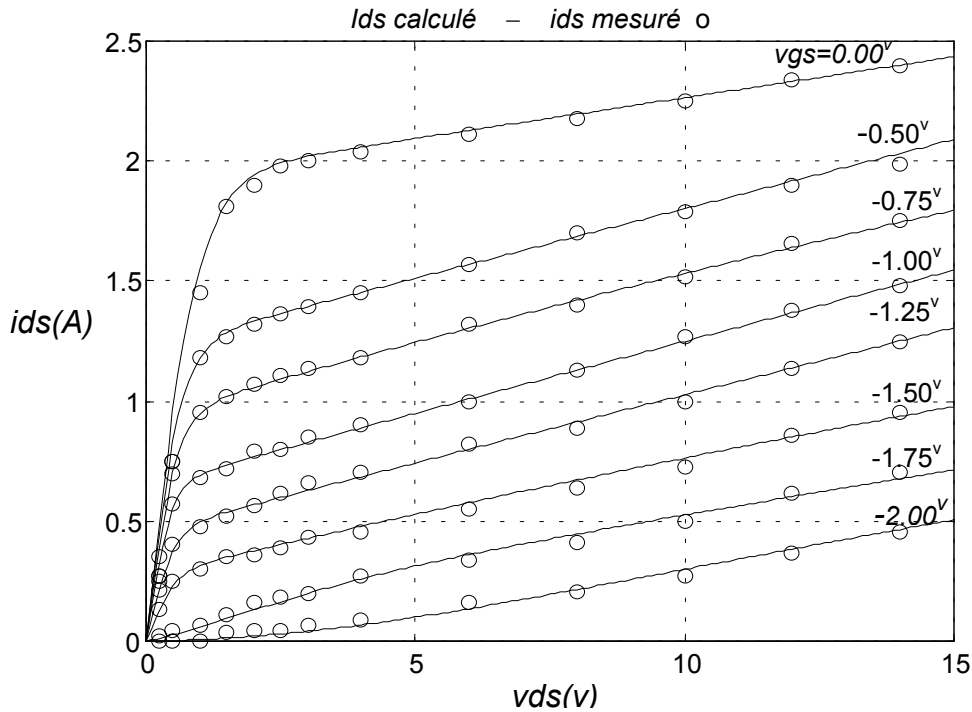


Figure 2.2 : Ajustage de i_{ds} mesuré au modèle de Materka

Résultats : $I_{dss} = 1.9244A$ $V_{po} = -2.95v$ $R_o = 29\Omega$ $\alpha = 3.1916$

Approximation au modèle de Staz et Pucel

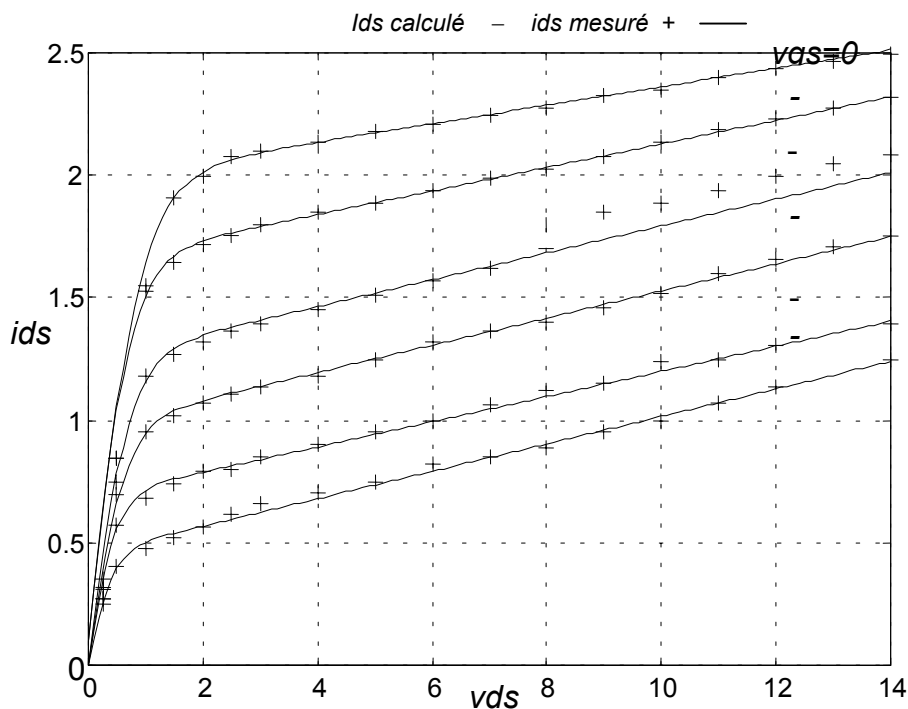


Figure 2.3 : Ajustage de i_{ds} mesuré au modèle de Staz et Pucel.

- La valeur initiale de la composante α , qui détermine la tension à laquelle le courant se sature, est approchée à la valeur $\alpha = 1.56$ déterminée par le modèle de Gopinath.
- La valeur initiale de λ qui est un paramètre lié à la conductance du drain correspond à $\frac{I}{R_o I_{dss}}$ et vaut 0.018 .
- La valeur $-2.5V$ de la tension de seuil est donnée par le catalogue.
- La valeur de la constante $\beta = 1.74$ est calculée à l'aide de l'équation 2.4.

les résultats obtenus sont : $\beta = 1.852$; $V_T = -2.201V$; $\alpha = 1.11$; $\lambda = 0.02$

CHAPITRE 3

Performances des classes d'amplification

1. Introduction

Le choix des classes est un critère très important pour l'optimisation des rendements et des puissances lors de la conception. On distingue sept classes d'amplification A, B, AB, C, D, E et F définies chacune par son angle d'ouverture $\theta = \omega_o t_o$ où ω_o est la pulsation de travail et t_o la durée pendant laquelle le courant $I_{ds}(t)$ est non nul sur une demie période ($T/2$). Les classes E et D présentant des rendements importants en basses fréquences [15], elles sont difficilement exploitables en hyperfréquences. La classe F à haut rendement est encore peu explorée mais développée spécifiquement en micro-ondes [15].

Le but est de déterminer, pour chaque classe, les performances normalisées du transistor en fonction de l'angle d'ouverture et de la tension d'entrée. Ceci nous permet d'établir une comparaison entre les différentes classes. Cette comparaison s'appuie sur $V_{gs}(t)$ sinusoïdale et sur la fondamentale de $V_{ds}(t)$.

2. Etudes des classes A, AB, B et C

Pour ces classes les tensions entre grille et source $V_{gs}(t)$ et entre drain source $V_{ds}(t)$ sont purement sinusoïdales et s'écrivent [15] :

$$V_{gs}(t) = V_{gso} + V_{gs1} \cos \omega_o t \quad (3.1)$$

$$V_{ds}(t) = V_{dso} + V_{ds1} \cos(\omega_o t + \varphi) \quad (3.2)$$

où V_{gso} et V_{dso} sont les tensions de polarisation, V_{gs1} et V_{ds1} les amplitudes des tensions variables. La tension de polarisation V_{gso} est définie, selon les classes, comme suit :

$$\text{En classe A} \quad V_{gso} = \frac{(V_p - V_\phi)}{2} \quad \theta = \pi$$

$$\text{En classe AB} \quad V_p < V_{gso} < \frac{(V_p - V_\phi)}{2} \quad \frac{\pi}{2} < \theta < \pi$$

$$\text{En classe B} \quad V_{gso} = V_p \quad \theta = \frac{\pi}{2}$$

$$\text{En classe C} \quad V_{gso} < V_p \quad \theta < \frac{\pi}{2}$$

On montre que la puissance de sortie est maximale pour un déphasage $\varphi = \pi$ [Annexe 1], et dans ce cas on obtient :

$$V_{ds}(t) = V_{dso} - V_{ds1} \cos \omega_0 t \quad (3.3)$$

L'impédance de charge à la sortie du transistor doit être purement résistive à la fréquence de travail ω_0 . La tension de sortie étant purement sinusoïdale, toutes les composantes harmoniques sont court-circuitées par un circuit résonant à ω_0 placé à la sortie. V_{gso} et V_{gs1} sont déterminées en fonction de la classe choisie et de la puissance de sortie. Par contre, V_{dso} et V_{ds1} ne dépendent pas de la classe choisie et vérifient les relations suivantes :

$$V_{dso} = \frac{V_{ds\ max} + V_{ds\ min}}{2} \quad (3.4)$$

$$V_{ds1} \leq \frac{V_{ds\ max} - V_{ds\ min}}{2} \quad (3.5)$$

L'introduction des relations (3.1) et (3.3) dans les différentes expressions du courant de drain va nous permettre de calculer les expressions analytiques des puissances et des rendements selon que le modèle soit linéaire ou non linéaire et comparer les performances des différentes classes du MESFET.

2.1. Influence de l'angle d'ouverture sur classes A, AB, B et C

L'objectif est de calculer d'abord les composantes continue et fondamentale de $I_{ds}(t)$ selon que le modèle du transistor soit linéaire ou non linéaire, et d'en déduire ensuite la puissance et le rendement.

a. Modèle linéaire

a.1. Calcul des composantes de $I_{ds}(t)$

Dans la zone saturée les variations du courant de drain $I_{ds}(t)$ est donnée par la fonction linéaire [annexe 2] suivante:

$$I_{ds}(t) = G_m (V_{gs}(t) - V_{\phi}) + G_d (V_{ds}(t) - V_{ds\ min}) + I_{dss} \quad (3.6)$$

ou G_m et G_d sont respectivement la transconductance, déduite de la pente de la caractéristique d'entrée $I_{ds} = f(V_{gs})$ à une tension V_{ds} constante et la conductance déduite de la pente de la caractéristique de sortie $I_{ds} = f(V_{ds})$ à V_{gs} constant.

La relation (3.6) peut donc se mettre sous la forme simplifiée suivante:

$$I_{ds}(t) = I_{dso} + I_{ds1} \cos \omega_0 t \quad (3.7)$$

Le courant $I_{ds}(t)$ varie entre la valeur zéro et $I_{ds\ max}$ correspondant respectivement à l'instant t_0 et à l'instant $t = 0$ (figure 3.1).

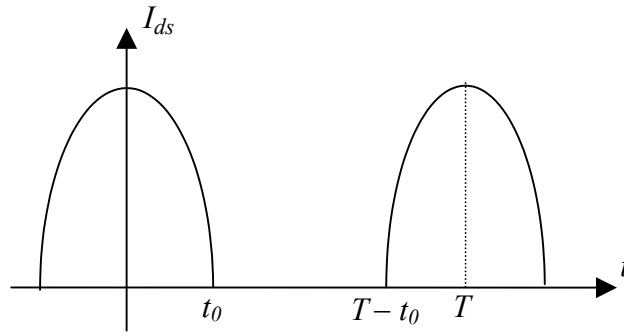


Figure 3.1 : Variation du courant I_{ds} en fonction du temps

Dans l'annexe 2 on démontre que :

$$\cos\theta = -\frac{I_{dss} + G_m(V_{gso} - V_\phi) + G_d(V_{dso} - V_{dsmin})}{G_m V_{gs1} - G_d V_{ds1}} \quad (3.8)$$

$$I_{dsmax} = I_{dss} + G_d(V_{gso} - V_\phi) + G_d(V_{dso} - V_{dsmin}) + G_m V_{gs1} - G_d V_{ds1} \quad (3.9)$$

Compte tenu de ces deux relations, $I_{ds}(t)$ peut s'écrire aussi sous la forme :

$$I_{ds}(t) = \frac{I_{dsmax}(\cos\omega_o t - \cos\theta)}{1 - \cos\theta} \quad \text{pour } 0 \leq t \leq t_0 \text{ et } T-t_0 \leq t \leq T \quad (3.10)$$

$$I_{ds}(t) = 0 \quad \text{ailleurs}$$

Le développement en série de Fourier conduisant à la détermination de la composante continue I_{dso} et à l'amplitude I_{ds1} à la fréquence fondamentale, permet d'obtenir :

$$I_{dso} = \frac{I_{dsmax}}{\pi(1 - \cos\theta)} (\sin\theta - \theta \cos\theta) \quad (3.11)$$

$$I_{ds1} = \frac{I_{dsmax}}{\pi(1 - \cos\theta)} (\theta - \sin\theta \cos\theta) \quad (3.12)$$

Par conséquent leur rapport est :

$$g(\theta) = \frac{I_{ds1}}{I_{dso}} = \frac{\theta - \sin\theta \cos\theta}{\sin\theta - \theta \cos\theta} \quad (3.13)$$

Pour les excursions maximales de $V_{gs}(t)$ et $V_{ds}(t)$, les amplitudes s'expriment :

$$V_{gs1} = V_\phi - V_{gso}$$

$$V_{ds1} = \frac{V_{dsmax} - V_{dsmin}}{2} \quad (3.14)$$

Et dans ce cas, nous aurons à partir de la relation (3.9) :

$$I_{ds\max} = I_{dss} \quad (3.15)$$

Les grandeurs I_{ds1}/I_{dss} et I_{dso}/I_{dss} caractérisent respectivement la puissance de sortie et la puissance d'alimentation. Quant au rapport I_{ds1}/I_{dso} , il évalue le rendement de drain.

a.2. Performances des classes.

La puissance de sortie à la fréquence fondamentale est :

$$P_{s1} = \frac{I}{2} V_{ds1} I_{ds1}$$

Elle peut s'écrire, grâce à la relation (3.12), comme suit:

$$P_{s1} = \frac{I}{2} V_{ds1} I_{dss} \frac{\theta - \sin\theta \cos\theta}{\pi(1 - \cos\theta)} \quad (3.16)$$

en choisissant V_{ds1} donnée par la relation (3.14), la puissance devient maximale et s'écrit :

$$P_{s1\max} = \frac{I}{4} (V_{ds\max} - V_{ds\min}) I_{dss} \frac{\theta - \sin\theta \cos\theta}{\pi(1 - \cos\theta)} \quad (3.17)$$

La puissance d'alimentation du drain du transistor est donnée par l'expression :

$$P_{al} = V_{dso} I_{dso}$$

Compte tenue de la relation (3.11), elle peut s'écrire:

$$P_{al} = V_{dso} I_{dss} \frac{\sin\theta - \theta \cos\theta}{\pi(1 - \cos\theta)} \quad (3.18)$$

Le rendement de drain est alors :

$$R = \frac{P_{s1}}{P_{al}}$$

Soit :

$$R = \frac{I V_{ds1} (\theta - \sin\theta \cos\theta)}{2 V_{dso} (\sin\theta - \theta \cos\theta)} \quad (3.19)$$

Pour V_{dso} et V_{ds1} données respectivement par les relations (3.4) et (3.5), le rendement devient

maximal est s'écrit :

$$R_{max} = \frac{I V_{ds max} - V_{ds min} (\theta - \sin\theta \cos\theta)}{2 V_{ds max} + V_{ds min} (\sin\theta - \theta \cos\theta)} \quad (3.20)$$

A la fréquence fondamentale, l'admittance de charge est réelle et sa valeur est donnée par le rapport du courant et de la tension de drain.

$$G_{opt} = \frac{2I_{dss}}{\pi(V_{ds max} - V_{ds min})} \frac{\theta - \sin\theta \cos\theta}{I - \cos\theta} \quad (3.21)$$

b. Modèle non linéaire [16]

b.1. Détermination de I_{ds1} et I_{dso}

Compte tenu du fait de la non linéarité du courant, $I_{ds}(t)$ peut en première approximation s'écrire :

$$I_{ds}(t) = I_{dss} \left(I + \frac{V_{gs}(t)}{V_p} \right)^2 \quad (3.22)$$

Ce modèle simplifié permet d'étudier l'influence de la forme de la caractéristique $I_{ds}(t) = f(V_{gs}(t))$ sur les classes de fonctionnement.

D'autre part, à l'instant t_o le courant de drain s'annule et la tension V_{gs} est égale à $-V_p$. On en déduit à partir de l'équation (3.1) l'expression suivante :

$$\cos\theta = \frac{-V_{gso} - V_p}{V_{gs1}} \quad (3.23)$$

En combinant les relations (3.1) (3.22) et (3.23) nous obtenons:

$$I_{ds}(t) = I_{dss} \left(\frac{V_{gs1}}{V_p} \right)^2 (\cos\omega_o t - \cos\theta)^2 \quad (3.24)$$

Le développement en série de Fourier de la relation (3.24) conduit aux expressions suivantes :

$$I_{ds1} = I_{dss} \left(\frac{V_{gs1}}{V_p} \right)^2 \frac{2}{\pi} \left(\frac{3}{4} \sin\theta - \theta \cos\theta + \frac{1}{12} \sin 3\theta \right) \quad (3.25)$$

$$I_{dso} = I_{dss} \left(\frac{V_{gs1}}{V_p} \right)^2 \frac{I}{\pi} \left(\theta + \frac{\theta}{2} \cos 2\theta - \frac{3}{4} \sin 2\theta \right) \quad (3.26)$$

$$\frac{I_{ds1}}{I_{dso}} = 2 \frac{\left(\frac{3}{4} \sin\theta - \theta \cos\theta + \frac{1}{12} \sin 3\theta \right)}{\theta + \frac{\theta}{2} \cos 2\theta - \frac{3}{2} \sin 2\theta} \quad (3.27)$$

b.2. Performance des classes.

Comme pour le cas linéaire, ces expressions conduisent à la détermination de la puissance, de la puissance d'alimentation et du rendement et s'écrivent respectivement comme suit :

$$P_{s1} = V_{ds1} I_{dss} \left(\frac{V_{gs1}}{V_p} \right)^2 \left(\frac{3}{4} \sin\theta - \theta \cos\theta + \frac{1}{12} \sin 3\theta \right) \quad (3.29)$$

$$P_{s1max} = \frac{I}{8} (V_{dsmax} - V_{dsmin}) I_{dss} \left(\frac{V_{gs1}}{V_p} \right)^2 \left(\frac{3}{4} \sin\theta - \theta \cos\theta + \frac{1}{12} \sin 3\theta \right) \quad (3.30)$$

$$P_{al} = V_{dso} \cdot I_{dss} \frac{I}{\pi} \left(\frac{V_{gs1}}{V_p} \right)^2 \left(\theta + \frac{\theta}{2} \cos 2\theta - \frac{3}{2} \sin\theta \right) \quad (3.31)$$

$$R = \frac{I V_{ds1}}{2 V_{dso}} \frac{\frac{3}{4} \sin\theta - \theta \cos\theta + \frac{1}{12} \sin 3\theta}{\theta + \frac{\theta}{2} \cos 2\theta - \frac{3}{2} \sin 2\theta} \quad (3.32)$$

$$R_{max} = \frac{I V_{dsmax} - V_{dsmin}}{2 V_{dsmax} + V_{dsmin}} \frac{\frac{3}{4} \sin\theta - \theta \cos\theta + \frac{1}{12} \sin 3\theta}{\theta + \frac{\theta}{2} \cos 2\theta - \frac{3}{2} \sin 2\theta} \quad (3.33)$$

$$G_{opt} = \frac{2I_{dss} V_{gs1}^2}{\pi V_{ds1} V_p^2} \left(\frac{3}{4} \sin\theta - \cos\theta + \frac{1}{12} \sin 3\theta \right) \quad (3.34)$$

2.2. Comparaison des performances pour les deux modèles

Un récapitulatif des performances, obtenues pour les deux modèles étudiés, est proposé dans le tableau 3.1. Ce tableau nous permet de tirer les remarques suivantes :

- Pour une classe donnée, le meilleur rendement est obtenu avec le modèle non linéaire alors que pour un même modèle le rendement est plus important en classe B.
- Pour les deux modèles, la puissance de sortie est identique en classe A mais elle est plus faible en classe B pour le premier modèle.

En conclusion, en classe A et pour une puissance de sortie donnée, l'utilisation d'un transistor ayant une caractéristique parabolique s'impose.

Modèle	Linéaire Classe A	Linéaire Classe B	Non linéaire Classe A	Non linéaire Classe B
$P_{SI\max}$	$\frac{I_{dss}}{8} (V_{ds\max} - V_{ds\min})$	$\frac{I_{dss}}{8} (V_{ds\max} - V_{ds\min})$	$\frac{I_{dss}}{8} (V_{ds\max} - V_{ds\min})$	$\frac{1}{3\pi} I_{dss} (V_{ds\max} - V_{ds\min})$
R_{\max}	$\frac{1}{2} \frac{V_{ds\max} - V_{ds\min}}{V_{ds\max} - V_{ds\min}}$	$\frac{\pi}{4} \frac{V_{ds\max} - V_{ds\min}}{V_{ds\max} - V_{ds\min}}$	$\frac{1}{3\pi} \frac{V_{ds\max} - V_{ds\min}}{V_{ds\max} - V_{ds\min}}$	$\frac{8}{3\pi} \frac{V_{ds\max} - V_{ds\min}}{V_{ds\max} + V_{ds\min}}$
G_{opt}	$\frac{I_{dss}}{V_{ds\max} - V_{ds\min}}$	$\frac{I_{dss}}{V_{ds\max} - V_{ds\min}}$	$\frac{I_{dss}}{V_{ds\max} - V_{ds\min}}$	$\frac{8}{3\pi} \frac{I_{dss}}{V_{ds\max} - V_{ds\min}}$

Tableau 3.1 : Comparaison des performances des deux modèles

Afin de connaître l'évolution des performances avec l'angle d'ouverture, nous avons tracé des courbes qui représentent respectivement les variations des amplitudes des composantes normalisées du courant de drain pour les modèles linéaire et non linéaire.

Les figure 3.2 et 3.3, représentent respectivement les variations des amplitudes des composantes du courant de drain normalisées, pour les modèles linéaire et non linéaire. Elles traduisent à un terme multiplicatif près, les puissances $P_{al} \left(\frac{I_{dso}}{I_{dss}} \right)$, $P_{sl} \left(\frac{I_{dsl}}{I_{dss}} \right)$ et le rendement $R \left(\frac{I_{dsl}}{2I_{dso}} \right)$. L'observation

de ces courbes montre que :

- La puissance de sortie P_{sl} augmente avec l'angle d'ouverture θ et tend vers le maximum quand θ s'approche de π (classe A).
- La puissance d'alimentation P_{al} diminue lorsque l'on passe de la classe A à la classe C.
- Le rendement est meilleur pour la classe C et diminue lorsque θ augmente, autrement dit, lorsqu'on converge vers les classes A et B.
- Le rendement est nettement meilleur pour le modèle non linéaire

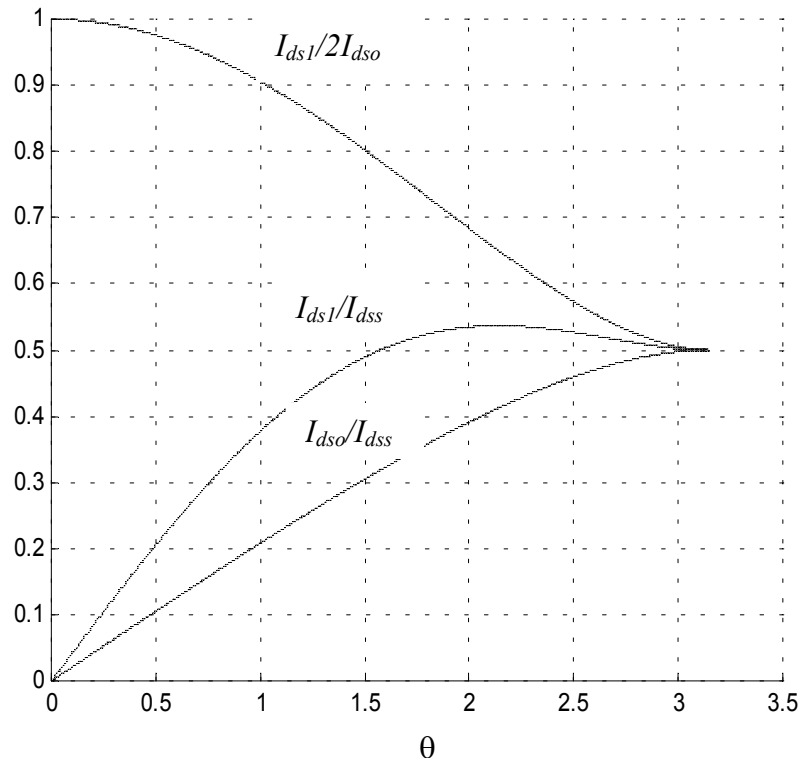


Figure 3.2 : Evolution des performances θ pour le modèle linéaire.

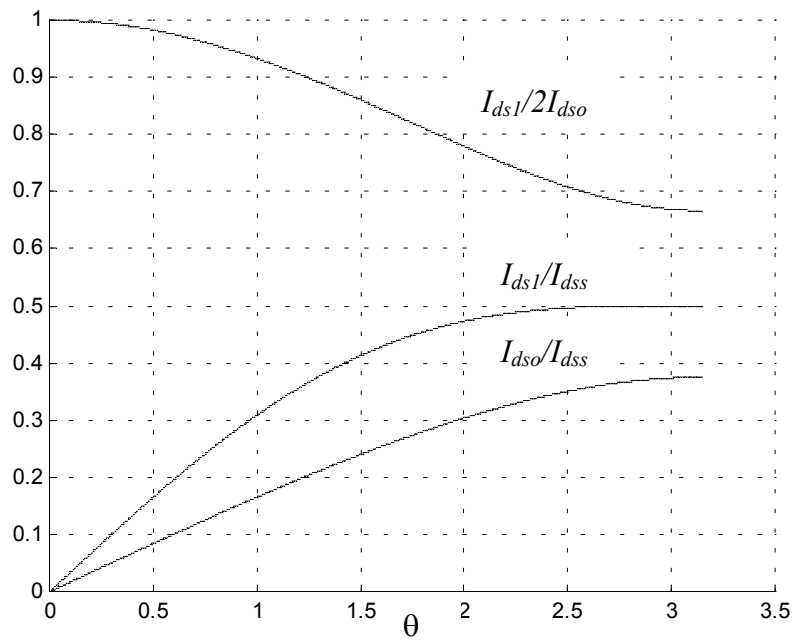


Figure 3.3 : Evolution des performances avec θ pour le modèle non linéaire

2.3. Influence de V_{gs1} sur les performances

Pour étudier l'influence de V_{gs1} sur les performances de l'amplificateur, indépendamment des caractéristiques intrinsèques, nous avons été amené à procéder à une normalisation judicieuse de ces performances. Pour une excursion maximale de V_{gs1} ($V_{gs1} = -V_{gs0}$), la relation (3.23) a pour nouvelle expression :

$$\cos\theta = \frac{V_{gs1} - V_p}{V_{gs1}} \quad (3.35)$$

$$\cos\theta = 1 - \frac{1}{x} \quad (3.36)$$

avec : $0.5 < x < 1$

Pour le modèle non linéaire les expressions de la puissance et du rendement, en fonction de x , seront :

$$P_{S1}(x) = V_{ds1} I_{dss} \frac{x^2}{\pi} \left[\frac{3}{4} \sin \ar \cos \left(1 - \frac{1}{x} \right) - \frac{x-1}{x} \ar \cos \left(1 - \frac{1}{x} \right) + \frac{1}{12} \sin \left(3 \ar \cos \left(1 - \frac{1}{x} \right) \right) \right] \quad (3.37)$$

$$R(x) = \frac{V_{ds1} \left[\frac{3}{4} \sin \ar \cos \left(\frac{x-1}{x} \right) - \frac{x-1}{x} \ar \cos \left(\frac{x-1}{x} \right) + \frac{1}{12} \sin \ar \cos \left(1 - \frac{1}{x} \right) \right]}{V_{dso} \left[\ar \cos \frac{x-1}{x} + \frac{1}{2} \cos 2 \ar \cos \left(\frac{x-1}{x} \right) - \frac{3}{4} \sin 2 \ar \cos \left(\frac{x-1}{4} \right) \right]} \quad (3.38)$$

Les expressions de la puissance et du rendement normalisés ont respectivement pour expression :

$$P_{S1n}(x) = \frac{x^2}{\pi} \left[\frac{3}{4} \sin \ar \cos \left(1 - \frac{1}{x} \right) - \left(\frac{x-1}{x} \right) \ar \cos \left(1 - \frac{1}{x} \right) + \frac{1}{12} \sin \left(3 \ar \cos \left(1 - \frac{1}{x} \right) \right) \right] \quad (3.39)$$

$$R_n(x) = \frac{\frac{3}{4} \sin \ar \cos \left(\frac{x-1}{x} \right) - \frac{x-1}{x} \ar \cos \left(\frac{x-1}{x} \right) + \frac{1}{12} \sin \ar \cos \left(1 - \frac{1}{x} \right)}{\ar \cos \frac{x-1}{x} + \frac{1}{2} \cos 2 \ar \cos \left(\frac{x-1}{x} \right) - \frac{3}{4} \sin 2 \ar \cos \left(\frac{x-1}{4} \right)} \quad (3.40)$$

Il est intéressant de connaître la puissance ajoutée P_{aj} , qui traduit l'écart entre les puissances de sortie et d'entrée et le rendement en puissance ajoutée R_{aj} qui sont définis comme suit :

$$P_{aj} = P_S - P_e \quad (3.41)$$

$$R_{aj} = \frac{P_{aj}}{P_{al}} \quad (3.42)$$

Le bilan des puissances sera :

$$P_e + P_{al} = P_S + P_d \quad (3.43)$$

et permet d'écrire :

$$R_{aj} = 1 - \frac{P_d}{P_{al}} \quad (3.44)$$

où P_d est la puissance dissipée qui s'exprime par :

$$P_d = P_{al} - (G_p - 1)P_e \quad (3.45)$$

où G_p est le gain en puissance. Cette équation nous montre l'importance de la puissance dissipée sur le rendement en puissance ajoutée. La décroissance de la puissance dissipée dans le transistor avec l'augmentation de la puissance d'entrée (3.45) fait que R_{aj} , pour les mêmes conditions de polarisation, sera nettement supérieur à forte puissance qu'à faible niveau. On montre, en considérant le schéma unilatéral (Figure 1.3), que la puissance d'entrée est une fonction de ω^2 et de V_{gs1}^2 .

$$P_e = \frac{I}{2} R_{eq} C_{gs}^2 \omega^2 V_{gs1}^2 \quad (3.46)$$

où R_{eq} tient compte des résistances d'entrée du MESFET. Les expressions de la puissance ajoutée et du rendement en puissance ajoutée normalisés sont :

$$P_{ajn}(x) = \frac{x^2}{\pi} \left[\frac{3}{4} \sin ar \cos \left(1 - \frac{1}{x} \right) - \left(\frac{x-1}{x} \right) ar \cos \left(1 - \frac{1}{x} \right) + \frac{1}{12} \sin 3 ar \cos \left(\frac{x-1}{x} \right) - \frac{1}{2} m \right] \quad (3.47)$$

$$R_{ajn}(x) = \frac{\frac{3}{4} \sin ar \cos \left(\frac{x-1}{x} \right) - \frac{x-1}{x} ar \cos \left(\frac{x-1}{x} \right) + \frac{1}{12} \sin ar \cos \left(1 - \frac{1}{x} \right) - \frac{1}{2} m}{ar \cos \frac{x-1}{x} + \frac{1}{2} \cos 2 ar \cos \left(\frac{x-1}{x} \right) - \frac{3}{4} \sin 2 ar \cos \left(\frac{x-1}{x} \right)} \quad (3.48)$$

où $m = \frac{R_{eq} (C_{gs} \omega V_p)^2}{V_{ds} I_{dss}}$ est un paramètre qui dépend de la fréquence. Les variations de ces performances est illustrée par les figures (3.4) (3.5) et (3.6)

Les courbes obtenues dans la figure 3.4, montrent que la puissance est maximale pour $x=0.5$ et diminue sensiblement quand x tend vers une valeur plus grande que l'unité. Par contre, le rendement évolue d'une manière inverse.

La puissance ajoutée maximale (figure 3.5) se situe en classe A ($x=0.5$). Par contre le rendement en puissance ajoutée (figure 3.6) est maximal en classe AB pour des valeurs du paramètre m relativement élevées, ce maximum est situé vers la classe B lorsque m devient faible.

En conclusion, les classes B et AB se caractérisent par un rendement en puissance ajoutée important et présentent donc un intérêt particulier dans les amplificateurs de puissance

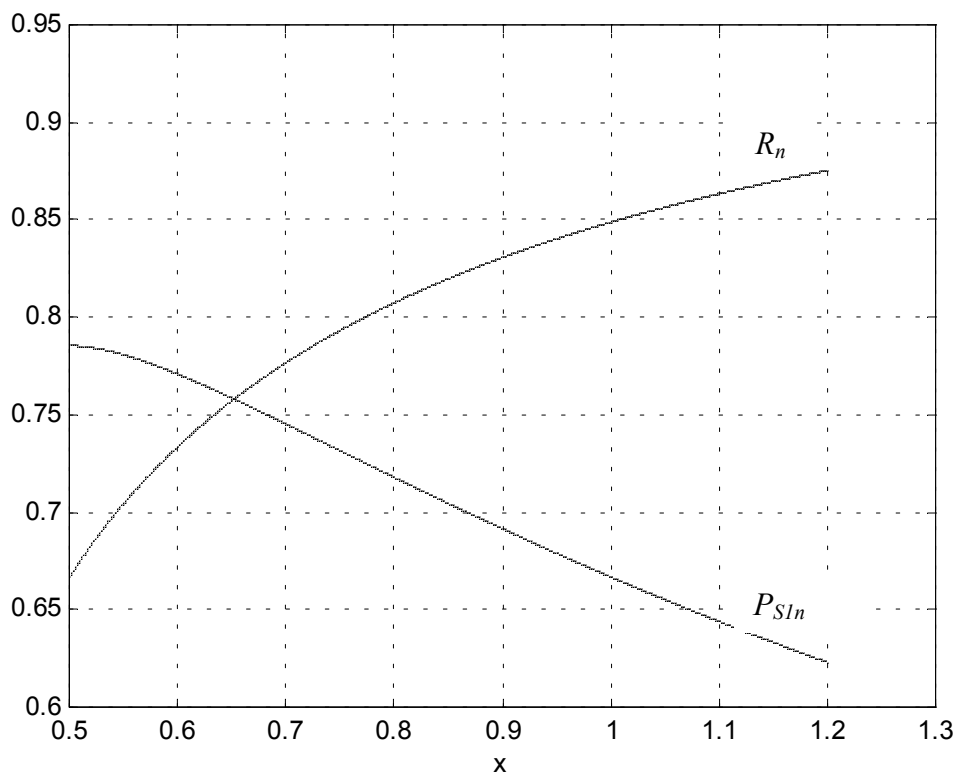


Figure 3.4 : Evolution de P_{Sln} et de R_n en fonction de x

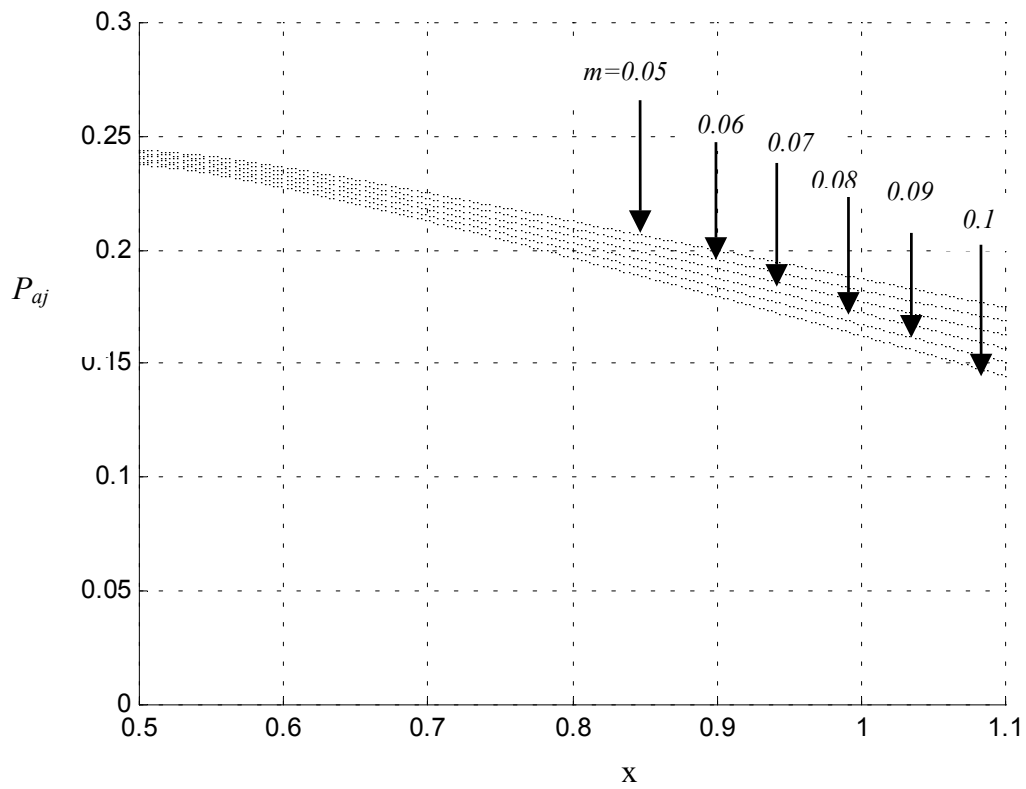


Figure 3.5 : Evolution de P_{aj} avec x pour différentes valeurs de m

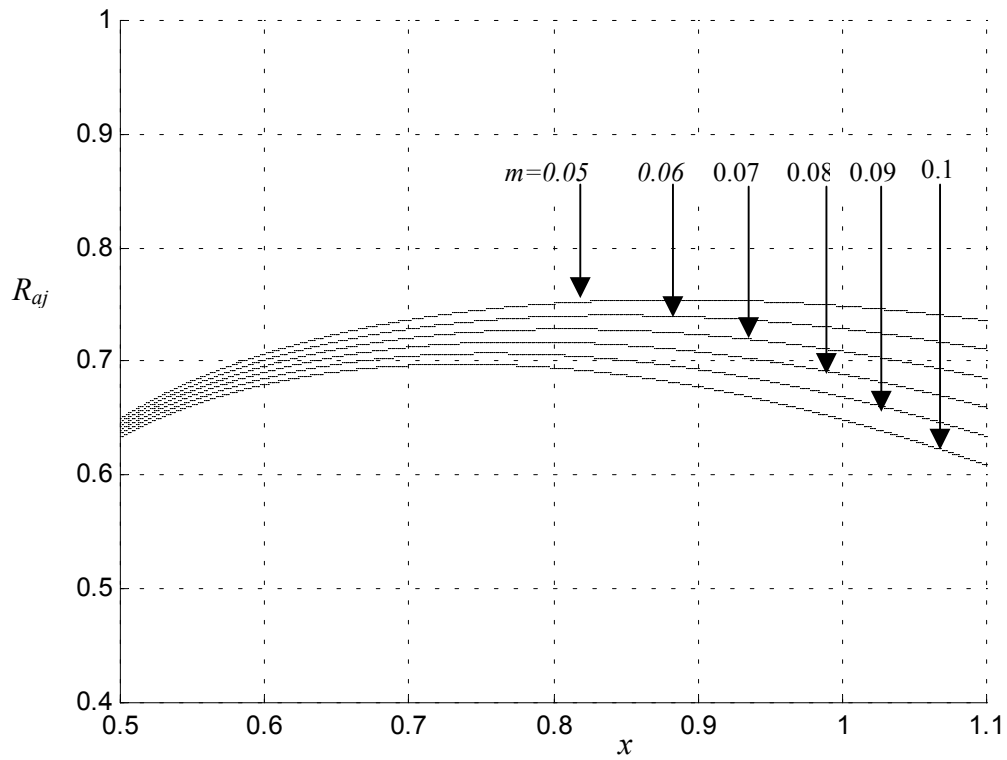


Figure 3.6 : Evolution de R_{aj} avec x pour différentes valeurs de m

CHAPITRE 4

Simulation des performances du MESFET

4.1. Introduction

La mise en œuvre d'amplificateurs de puissance nécessite l'optimisation en puissance, du rendement et de la linéarité. Dans ce chapitre, nous allons étudier, en fonction de l'impédance de charge, le comportement du transistor en terme de puissance de sortie, de puissance ajoutée, de rendement et d'intermodulation.

Cette étude permet d'introduire des notions fondamentales caractéristiques des amplificateurs de puissance telles que les contours d'impédance à puissance constante et à rendement constant, les cycles de charges et les distorsions.

4.2. Influence de la charge sur la puissance

Le problème posé est la recherche des lieux des charges correspondant à une puissance de sortie donnée. Nous allons donc exprimer la puissance de sortie P_S en fonction de la tension de drain V_{ds1} . L'admittance de charge sera alors déduite de la connaissance de V_{ds1} et du courant de drain I_{ds1} .

Afin de simplifier les calculs analytiques permettant d'obtenir les trois paramètres caractéristiques on utilise le modèle du transistor (figure 1.3) d'une part et l'expression de I_{ds} (équation 2.1) donnée par Gopinath et Rankin d'autre part.[17]. Après normalisation des grandeurs de l'équation (2.1) celle-ci devient :

$$I_d(t) = (I + V_g(t))^2 (I + V_d(t)) \quad (4.1)$$

où

$$V_g(t) = V_{go} + V_{g1} \cos \omega_0 t \quad (4.2)$$

$$V_d(t) = V_{do} - V_{d1} \cos(\omega_0 t + \varphi) \quad (4.3)$$

avec

$$I_d = \frac{I_{ds}}{I_{dss}} \quad ; \quad V_g(t) = \frac{V_{gs}(t)}{V_p} \quad ; \quad V_d(t) = \frac{V_{ds}(t)}{V_p}$$

$$V_{go} = \frac{V_{gso}}{V_p} \quad ; \quad V_{do} = \frac{V_{dso}}{V_p}$$

$$V_{g1} = \frac{V_{gs1}}{V_p} \quad ; \quad V_{d1} = \frac{V_{ds1}}{V_p}$$

Nous obtenons ainsi :

$$I_{ds}(t) = I_{dss} (1 + V_{go} + V_{g1} \cos \omega_0 t)^2 (1 + V_{do} - V_{d1} \cos(\omega_0 t + \varphi)) \quad (4.4)$$

Cette expression indique que $I_{ds}(t)$ n'est pas linéaire, donc possédant une composante fondamentale I_{ds1} (à ω_0) et une composante moyenne I_{dso} qui s'écrivent respectivement

$$I_{ds1}(t) = A_1 V_{ds1} \cos(\omega_0 t + \varphi) + B_1 \cos \omega_0 t + C_1 V_{ds1} \cos(\omega_0 t - \varphi) \quad (4.5)$$

$$I_{dso} = -A_1 R_o (1 + V_{do}) I_{dss} - V_{g1} \frac{V_{ds1}}{R_o} (1 + V_{go}) \cos \varphi \quad (4.6)$$

avec :

$$A_1 = -\frac{I}{R_o} \left[(1 + V_{g0})^2 + \frac{V_{g1}^2}{2} \right] \quad (4.7)$$

$$B_1 = 2(1 + V_{g0})(1 + V_{d0}) V_{g1} I_{dss} \quad (4.8)$$

$$C_1 = -\frac{V_{g1}^2}{4R_o} \quad (4.9)$$

La puissance de sortie moyenne peut être calculée par :

$$P_S = \frac{I}{T} \int_0^T V_{ds1}(t) \cdot i_{ds1}(t) dt \quad (4.10)$$

avec :

$$V_{ds1}(t) = -V_{ds1} \cos(\omega_0 t + \varphi)$$

Après calcul [Annexe] on obtient :

$$P_S = \frac{I}{2} \left[V_{ds1}^2 (A_1 + C_1 \cos 2\varphi) + V_{ds1} B_1 \cos \varphi \right] \quad (4.11)$$

on en déduit l'équation suivante :

$$V_{ds1}^2 (A_1 + C_1 \cos 2\varphi) + V_{ds1} B_1 \cos \varphi - 2P_S = 0 \quad (4.12)$$

En fixant la valeur de P_S , pour une puissance d'entrée donnée et une fréquence de travail choisie, la résolution de l'équation (4.12) nous donne deux solutions V'_{ds1} et V''_{ds1} fonction de φ et qui doivent vérifier la condition suivante :

$$V'_{ds1} (\text{resp. } V''_{ds1}) \leq V_{ds1 \max} = \frac{V_{ds \max} - V_{ds \min}}{2} \quad (4.13)$$

Pour que les solutions existent (discriminant positif), il faut que les valeurs de P_S et de φ [Annexe2] appartiennent respectivement aux intervalles $[0, P_{S_{max}}]$ et $[-\varphi_{max}, +\varphi_{max}]$. La puissance maximale est obtenue pour une amplitude $V_{ds1} = V_{ds1OP}$, calculée en annulant la dérivée de l'expression de $P_S(\varphi = 0)$ par rapport à V_{ds1} , soient :

$$V_{ds1opt} = \frac{8(I + V_{go})(I + V_{do})V_{g1}I_{dss}R_o}{4(I + V_{go})^2 + 3V_{g1}^2} \quad (4.14)$$

$$P_{S_{max}} = \frac{2R_o(I + V_{go})^2(I + V_{do})^2V_{g1}^2I_{dss}^2}{4((I + V_{go})^2) + 3V_{g1}^2} \quad (4.15)$$

$$\varphi_{max} = \pm \frac{1}{2} \arccos \left[\frac{-4R_oA_1P_S - \frac{B_1^2}{4}R_o}{\frac{B_1^2}{4}R_o + 4C_1R_o} \right] \quad (4.16)$$

Pour chacune des solutions correspond un courant $I_{ds1}(t)$ donné par la relation (4.5) et dont le module et la phase sont donnés par :

$$I_{ds1} = \left[((A_1 + C_1)V_{ds1} \cos \varphi + B_1)^2 + (A_1 - C_1)V_{ds1} \right]^{\frac{1}{2}} \quad (4.17)$$

$$\alpha = \arctg \left[\frac{(A_1 - C_1)V_{ds1} \sin \varphi}{(A_1 + C_1)V_{ds1} \cos \varphi + B_1} \right] \quad (4.18)$$

Pour les couples (I'_{ds1}, α') et (I''_{ds1}, α'') correspondant respectivement à $V_{ds1} = V'_{ds1}$ et $V_{ds1} = V''_{ds1}$, nous déduisons deux admittances de charge qui sont :

$$Y'_{CH} = \frac{I'_{ds1}}{V'_{ds1}} \exp j(\alpha' - \varphi) \quad (4.19)$$

$$Y''_{CH} = \frac{I''_{ds1}}{V''_{ds1}} \exp j(\alpha'' - \varphi) \quad (4.20)$$

Pour $\alpha = 0$ ceci entraîne $\varphi = 0$ et les admittances de charge sont résistives.

$$Y'_{CH} = \frac{I'_{ds1}}{V'_{ds1}} \quad \text{et} \quad Y''_{CH} = \frac{I''_{ds1}}{V''_{ds1}}$$

- Le lieu des admittances pour une puissance fixée est une courbe fermée (figure 4.1). Il existe un nombre important d'admittances permettant d'obtenir une même puissance de sortie pour une

puissance d'entrée et une fréquence choisie.

- L'ensemble des courbes obtenues montre que la puissance de sortie augmente avec la diminution de l'admittance réelle et par suite avec l'augmentation de la tension de drain V_{ds1} .
- la puissance maximale est le point correspondant à la charge réelle optimale obtenue pour $V_{ds1} = V_{ds1op}$ soit :
-

$$Y_{opt} = \frac{\left[\left((A_1 + C_1)V_{ds1op} + B_1 \right)^2 + (A_1 - C_1)V_{ds1op} \right]^{\frac{1}{2}}}{V_{ds1op}} \quad (4.21)$$

Nous disposons, à priori, d'un très grand nombre de choix possibles pour l'admittance de charge qui permettra la conception et la réalisation d'un amplificateur de puissance ayant des caractéristiques de puissance données.

Des critères supplémentaires, tels que le rendement ajouté et l'intermodulation, peuvent être aussi pris en considération afin de choisir l'admittance de charge aboutissant à un bon compromis.

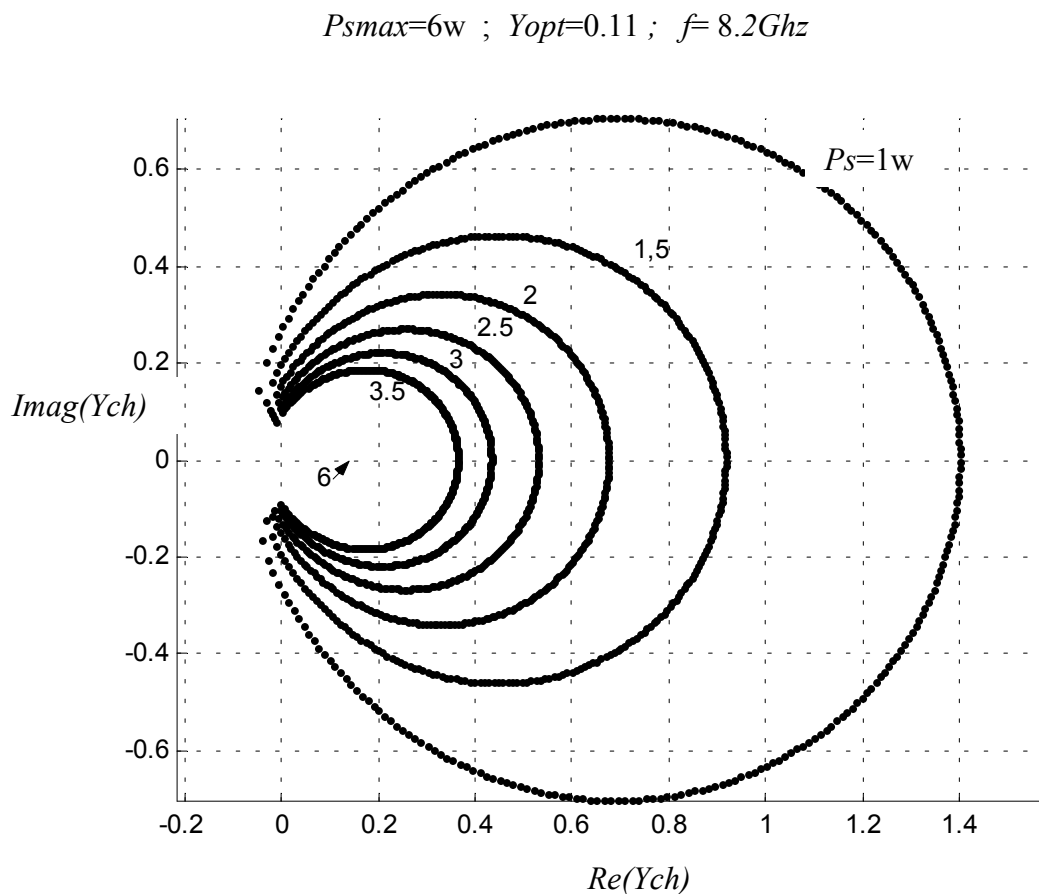


Figure 4.1 Lieux des admittances à puissance constante

4.3. Influence de la charge sur le rendement

L'objectif est la recherche des lieux des charges correspondant à un rendement donné, ainsi que l'évolution du rendement en fonction de cette charge. Pour un rendement donné, la charge sera déduite de la connaissance de V_{ds1} et du courant correspondant I_{ds1} .

En combinant les expressions (4.6) et (4.11), le rendement s'écrira :

$$R = \frac{P_S}{P_{al}} = \frac{V_{ds1}^2 (A_I + C_I \cos 2\varphi) + V_{ds1} B_I \cos \varphi}{2(D_I + E_I V_{ds1} \cos \varphi) V_{dso}} \quad (4.22)$$

où

$$D_I = I_{dss} \left[(I + V_{go})^2 + \frac{V_{gl}^2}{2} \right] (I + V_{do}) \quad (4.23)$$

$$E_I = -\frac{I}{R_0} (I + V_{go}) V_{gl} \quad (4.24)$$

la valeur maximale du rendement est obtenue pour :

$$\varphi = \varphi_{opt} = 0 \quad \text{et} \quad V_{ds1} = V_{ds1opt}$$

$$R_{max} = \frac{V_{ds1opt}^2 (A_I + C_I) + B_I V_{ds1opt}}{2V_{dso} (D_I + E_I V_{ds1opt})} \quad (4.25)$$

de l'équation (4.22) on déduit l'équation suivante :

$$(A_I C_I \cos 2\varphi) V_{ds1}^2 + (B_I - 2R E_I V_{dso}) \cos \varphi V_{ds1} - 2R D_I V_{dso} = 0 \quad (4.26)$$

Pour R et φ donnés et appartenant respectivement aux intervalles $[0, R_{max}]$ et $[-\varphi_{max}, +\varphi_{max}]$, la résolution de l'équation (4.26) permet de déterminer V_{ds1} et donc la charge, avec :

$$\varphi_{max} = \frac{1}{2} \arccos \left[\frac{16 A_I R D_I V_{dso} - B_I^2 + 4 R B_I V_{dso} - 4 R^2 E_I^2 V_{dso}^2}{B_I^2 - 4 R B_I V_{dso} + 4 R^2 E_I^2 V_{dso}^2 - 16 R C_I V_{dso}} \right] \quad (4.27)$$

Pour une puissance d'entrée et un rendement donnés on cherche le lieu des admittances des charges correspondant à ce rendement en faisant varier φ de $-\varphi_{max}$ à $+\varphi_{max}$.

Comme les lieux des admittances à puissance constantes, les lieux à rendement constant sont des courbes fermées (figure 4.2). Le lieu correspondant à R_{max} est réduit à l'admittance de charge réelle optimale déterminée pour $V_{ds1} = V_{ds1opt}$.

$$R_{\max} = 0.52 \quad f = 8.2\text{Ghz}$$

$$R=0.1$$

$Im(Ych)$

$Re(Ych)$

Figure 4.2 : lieu des admittances de charge à rendement constant

Afin d'étudier l'évolution du rendement avec la charge, il est aussi intéressant d'observer sa variation en fonction de l'admittance de charge, pour une puissance de sortie constante, et en fonction de la puissance de sortie (fonction de l'admittance de charge réelle). Les courbes représentant ces variations sont données respectivement par les figures 4.3 et 4.4.

- la figure 4.3 montre que pour une puissance de sortie fixée, le rendement augmente sensiblement avec V_{ds1} . Cette augmentation est due à la diminution de la puissance d'alimentation.
- la figure 4.4 montre que le rendement augmente fortement avec l'admittance de charge purement réelle, donc avec la puissance de sortie.

En résumé, nous pouvons dire que l'accentuation du rendement est obtenue soit par l'accroissement de la puissance de sortie, soit par la diminution de la puissance d'alimentation avec l'admittance de charge.

En classe A, c'est principalement l'augmentation de la puissance de sortie qui permet d'améliorer le rendement.

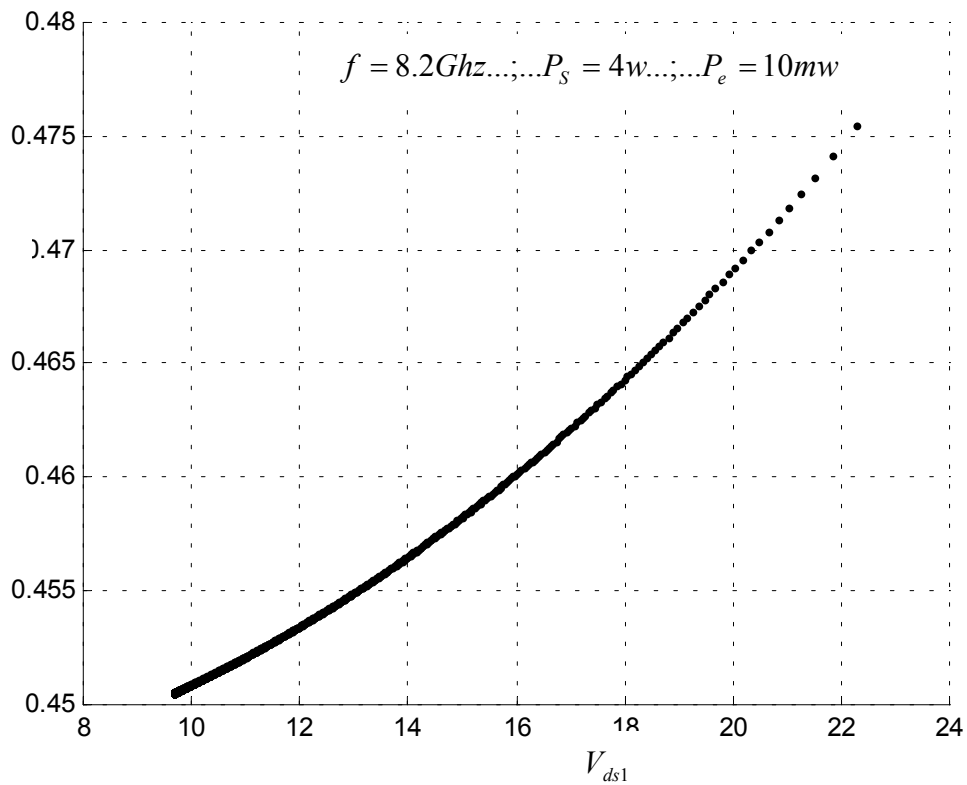


Figure 4.3 : Evolution du rendement en fonction de V_{ds1}

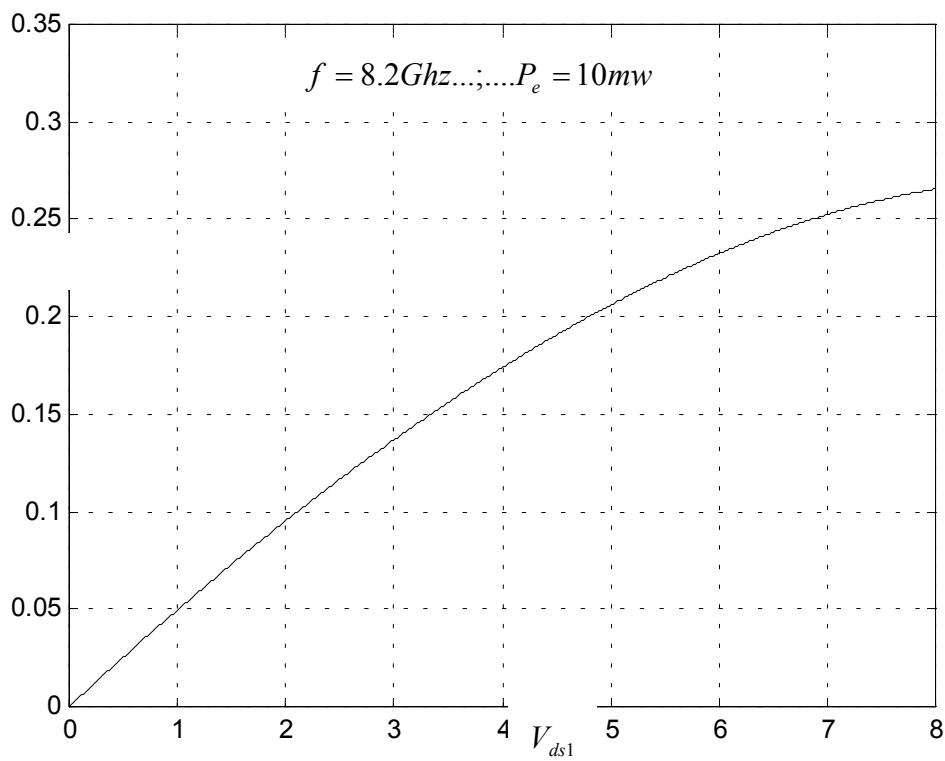


Figure 4.4 : Evolution de R avec V_{ds1} pour en fonction de la puissance de sortie

- Pour des puissances d'entrée et de sortie données, c'est la diminution de la valeur moyenne du courant I_{dso} qui permet d'améliorer le rendement. La valeur minimale de I_{dso} est obtenue pour une excursion maximale de V_{ds1} . L'augmentation de V_{ds1} conduit à accentuer les effets non linéaires.
- Le tracé des lieux des admittances de charge à puissance de sortie constante et à rendement constant conduisent à la même admittance optimale.

4.4. Intermodulation d'ordre 3

L'un des critères déterminant le choix de l'impédance de charge du transistor est celui de l'intermodulation d'ordre 3. Lorsque deux signaux de fréquence voisines f_1 et f_2 excitent un dispositif non linéaire, il apparaît à la sortie un phénomène d'intermodulation dû à la génération de nouvelles fréquences parasites parmi lesquelles $2f_1 - f_2$ et $2f_2 - f_1$. Le signal d'entrée s'écrit alors sous la forme suivante:

$$x(t) = X_1 \cos \omega_1 t + X_2 \cos \omega_2 t \quad (4.28)$$

à la sortie, le signal s'exprime alors comme suit :

$$y(t) = \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} K_n K_m \cos(n\omega_1 t + m\omega_2 t) \quad (4.29)$$

L'intermodulation d'ordre 3 est représentée par la puissance P_{im3} d'une raie correspondante à $2f_1 - f_2$ ou $2f_2 - f_1$ [15]. On définit le coefficient d'intermodulation par le rapport de la puissance P_S d'une porteuse (f_1 ou f_2) à la puissance de la raie d'intermodulation P_{im3} :

$$\left(\frac{C}{I} \right)_{DB} = 10 \log \frac{P_S}{P_{im3}} \quad (4.30)$$

Les hypothèses utilisées dans notre étude sont les suivantes [18] [19] :

- Les amplitudes des tensions d'entrée à f_1 et f_2 sont identiques et égales à V_{gs1} .
- Les amplitudes et phases des tensions de sorties à f_1 et f_2 sont identiques et égales à V_{ds1} .
- Les amplitudes et phases des tensions de sorties à $2f_1 - f_2$ et $2f_2 - f_1$ sont identiques et égales à V_{ds2} .
- La largeur de bande utilisée autour de f_1 et f_2 est considérée faible.
- L'impédance de charge a la même valeur aux fréquences porteuses et d'intermodulation.

Compte tenu de ces conditions nous pouvons écrire :

$$V_{ds1}(t) = V_{ds1} \exp j(\omega_1 t + \varphi_1) \quad \tilde{V}_{ds1} = V_{ds1} \exp j\varphi_1 \quad (4.31)$$

$$I_{ds1}(t) = I_{ds1} \exp j(\omega_1 t + \psi_1) \quad \tilde{I}_{ds1} = I_{ds1} \exp j\psi_1 \quad (4.32)$$

$$V_{ds2}(t) = V_{ds2} \exp j(\omega_2 t + \varphi_2) \quad \tilde{V}_{ds2} = V_{ds2} \exp j\varphi_2 \quad (4.33)$$

$$I_{ds2}(t) = I_{ds2} \exp j(\omega_2 t + \psi_2) \quad \tilde{I}_{ds2} = I_{ds2} \exp j\psi_2 \quad (4.34)$$

$$\frac{\tilde{I}_{ds1}}{\tilde{V}_{ds1}} = \frac{\tilde{I}_{ds2}}{\tilde{V}_{ds2}} = \frac{I_{ds1}}{V_{ds1}} = \frac{I_{ds2}}{V_{ds2}} \quad (4.35)$$

$$\psi_1 - \varphi_1 = \psi_2 - \varphi_2 \quad (4.36)$$

ou \tilde{I}_{ds1} et \tilde{I}_{ds2} sont les amplitudes complexes du courant $i_{ds1}(t)$ à la fréquence f_1 ou f_2 et du courant $i_{ds2}(t)$ à la fréquence $2f_1 - f_2$ ou $2f_2 - f_1$. Les expressions des tensions d'entrée et de sortie s'écrivent de la manière suivante :

$$V_{gs}(t) = V_{gso} + V_{gs1}(\cos \omega_1 t + \cos \omega_2 t) \quad (4.37)$$

$$V_{ds}(t) = V_{dso} - V_{ds1}[\cos(\omega_1 t + \varphi_1) + \cos(\omega_2 t + \varphi_1)] - \\ V_{ds2}[\cos[(2\omega_1 + \omega_2)t + \varphi_2] + \cos[(2\omega_2 + \omega_1)t + \varphi_2]] \quad (4.38)$$

Les expressions (4.37) et (4.38) sont introduites dans l'équation (2.2) et en développant cette équation tout en identifiant les termes $i_{ds1}(t)$ et $i_{ds2}(t)$, nous pouvons extraire leurs modules et leurs phases, donnés par ce qui suit :

$$I_{ds1} = \left[(\text{Re} I_{ds1})^2 + (\text{Im} I_{ds1})^2 \right]^{\frac{1}{2}} \quad (4.39)$$

$$\psi_1 = \text{arctg} \frac{\text{Im} I_{ds1}}{\text{Re} I_{ds1}} \quad (4.40)$$

$$I_{ds2} = I_{dss} \frac{-\frac{3}{2} B' \cos \varphi_1}{\cos \psi_2 + (A' + 3C') \cos \varphi_2} \quad (4.41)$$

$$\psi_2 = \text{arctg} \frac{\text{tg} \varphi_1 + (A' + 3C') \text{tg} \varphi_1 \cos(\varphi_1 - \psi_1) - 3(A' + C') \sin(\varphi_1 - \psi_1)}{3 + (A' + 3C') \sin(\varphi_1 - \psi_1) \text{tg} \varphi_1 + 3(A' + C') \text{tg} \varphi_1 \cos(\varphi_1 - \psi_1)} \quad (4.42)$$

où

$$\text{Im} I_{ds1} = \left[(I + V_{go})^2 + \frac{3}{4} V_{g1}^2 \right] V_{d1} \sin \varphi_1 \quad (4.43)$$

$$\text{Re} I_{ds1} = \left[2(I + V_{go})(I + V_{do}) V_{g1} - \left((I + V_{go})^2 + \frac{9}{4} V_{g1}^2 \right) V_{d1} \cos \varphi_1 \right] \quad (4.44)$$

$$\begin{aligned}
A' &= \frac{V_{d1}}{I_{d1}} (1 + V_{go})^2 \\
B' &= \frac{1}{2} V_{d1} V_{g1}^2 \\
C' &= \frac{B'}{I_{d1}}
\end{aligned} \tag{4.45}$$

Les puissances de sortie et d'intermodulation sont calculées respectivement par :

$$P_S = \frac{1}{2} \operatorname{Re}(\tilde{V}_{ds1} \tilde{I}_{ds1}^*)$$

et

$$P_{im3} = \frac{1}{2} (\tilde{V}_{ds2} \tilde{I}_{ds2}^*)$$

et compte tenu de la relation (4.35), l'expression de P_{im3} devient alors :

$$P_{im3} = \frac{1}{2} I_{ds2}^2 \left(\frac{\tilde{V}_{ds1}}{\tilde{I}_{ds1}} \right)$$

l'expression du coefficient d'intermodulation, dans ces conditions, s'écrira sous la forme suivante :

$$\left(\frac{C}{I} \right)_{DB} = 10 \log \frac{\operatorname{Re}(\tilde{V}_{ds1} \tilde{I}_{ds1}^*)}{I_{ds2}^2 \operatorname{Re} \left(\frac{\tilde{V}_{ds1}}{\tilde{I}_{ds1}} \right)} \tag{4.46}$$

Les expressions des composantes des courants de drain \tilde{i}_{ds1} et \tilde{i}_{ds2} étant complexes, la relation (4.46) ne peut à priori nous renseigner sur la variation de $\left(\frac{C}{I} \right)_{DB}$ avec la charge. Afin d'observer cette évolution nous avons tracé le lieu des admittances de charge à $\left(\frac{C}{I} \right)_{DB}$ constant et la variation de $\left(\frac{C}{I} \right)_{DB}$ en fonction de V_{ds1} (c'est-à-dire en fonction de la charge) et ce pour une puissance de sortie donnée.

- Le tracé des lieux à $\left(\frac{C}{I} \right)_{DB}$ donné par la figure 4.5 nous amène à conclure que le coefficient d'intermodulation se dégrade si la partie réelle de l'admittance de charge diminue.
- Pour une puissance de sortie donnée, le meilleur rapport $\left(\frac{C}{I} \right)_{DB}$ est obtenu pour une admittance de charge réelle de valeur élevée, c'est-à-dire pour une excursion de la tension de drain V_{ds1} minimale (figure 4.6).
- La superposition des lieux des admittances de charge à $\left(\frac{C}{I} \right)_{DB}$ constant et à puissance de sortie P_S constante (figure 4.7) montre que ces deux grandeurs sont antagonistes. Par conséquent un compromis s'imposera lors de la conception de l'amplificateur.

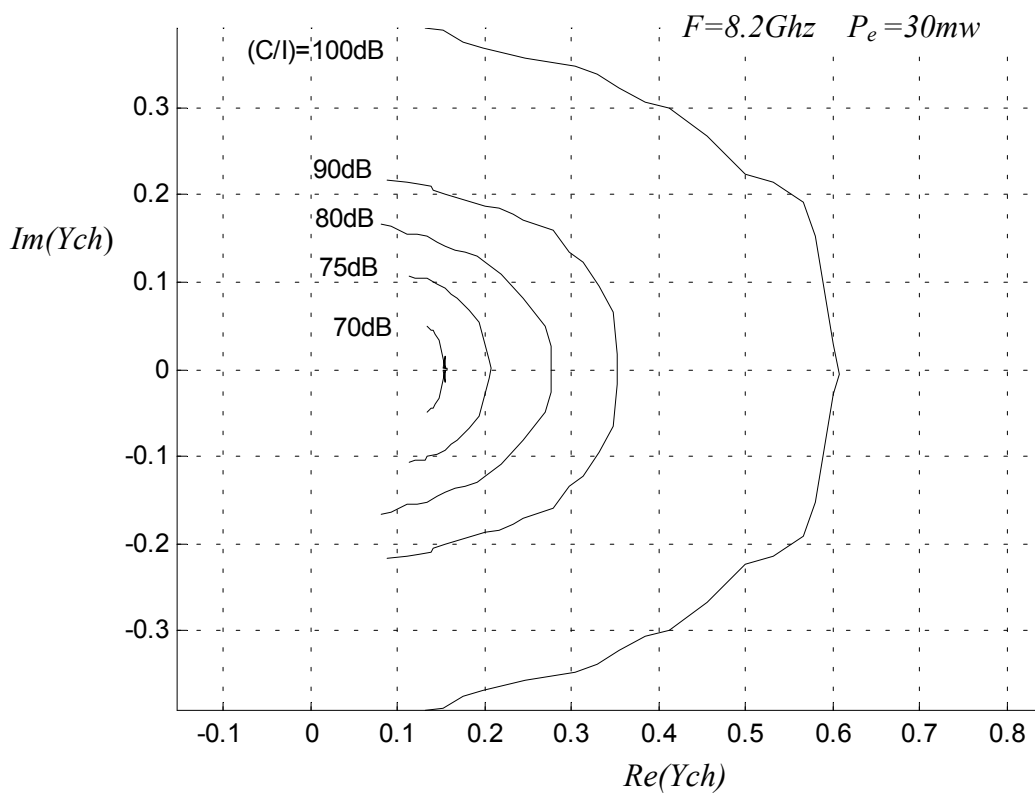


Figure 4.5 : Lieu des admittance de charge à $(C/I)_{dB}$ constant.

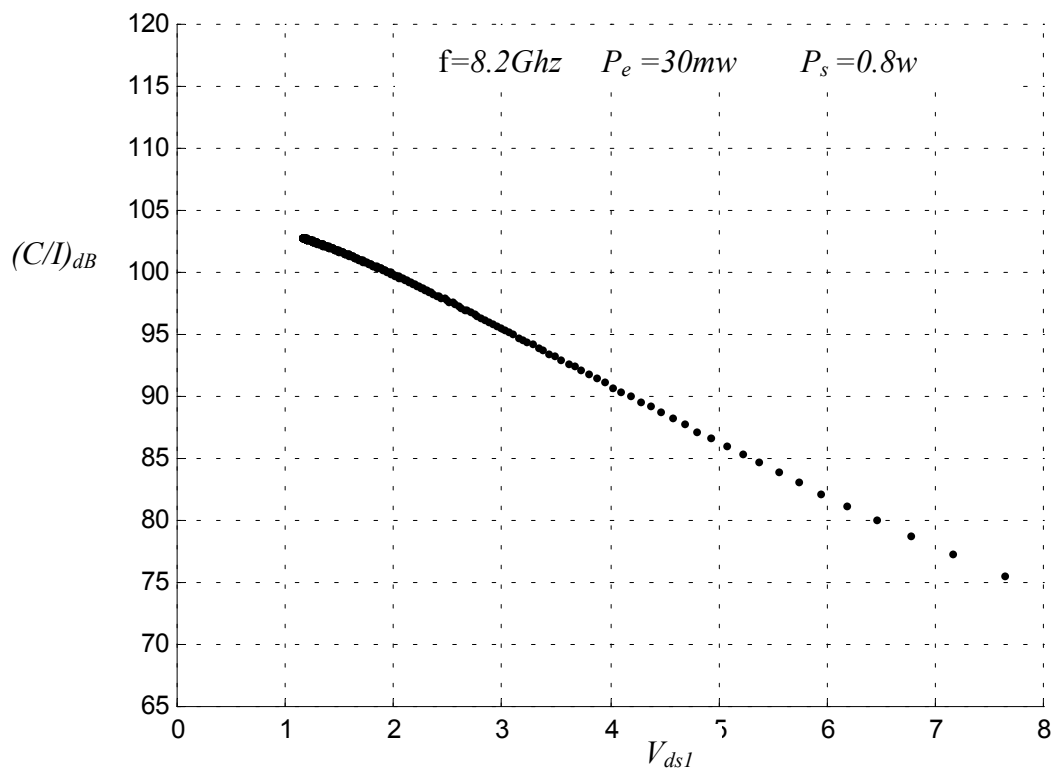


Figure 4.6 : Variation de $(C/I)_{dB}$ en fonction de V_{ds1}

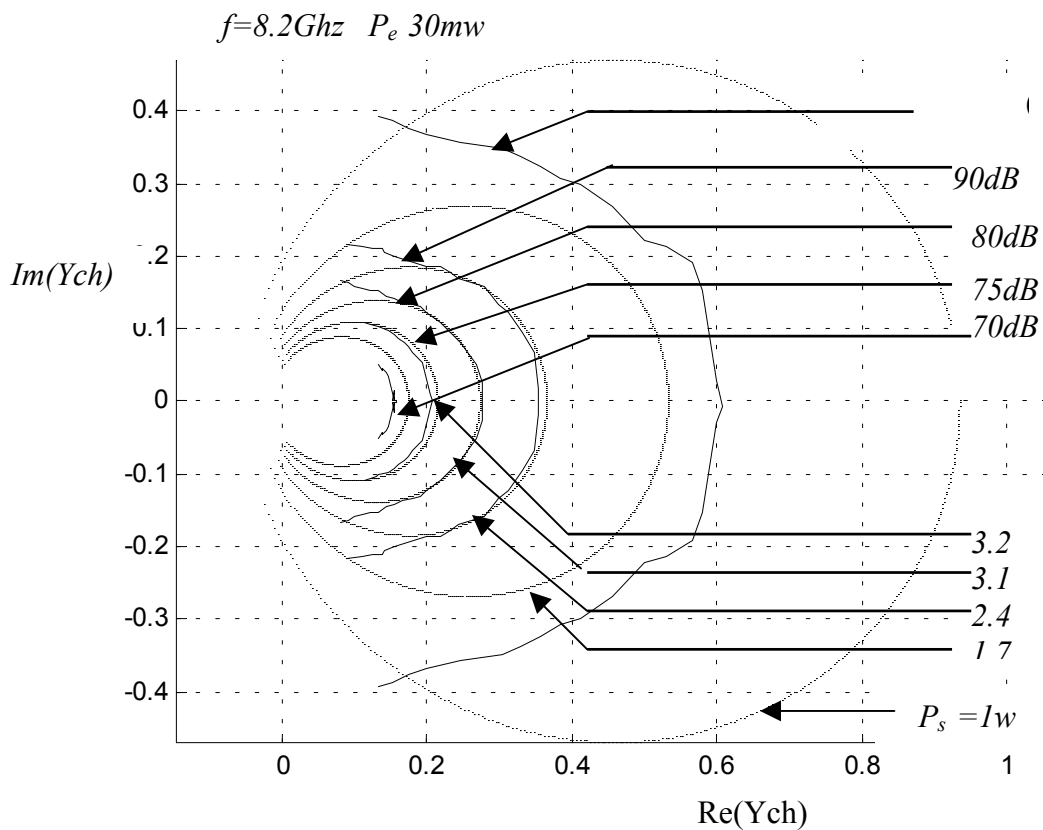


Figure 4.7 : Compromis P_s – (C/I)

4.5. Evolution des performances avec la puissance d'entrée

Avec la charge, la puissance d'entrée est un paramètre très important dont il faut tenir compte dans l'étude des performances des amplificateurs de puissance ; notamment son influence sur le rendement en puissance ajoutée et sur l'intermodulation d'ordre 3. Les expressions de ces grandeurs ne peuvent pas nous renseigner à priori sur leurs évolutions en fonction de la puissance d'entrée P_e , ce qui met en valeur l'intérêt des courbes des figures 4.8 et 4.9 illustrant les variations des performances P_{aj} , R_{aj} , P_{im3} , et $(C/I)_{DB}$ en fonction de la puissance d'entrée pour le transistor utilisé.

L'observation de ces variations montre que :

- L'augmentation de P_{aj} avec P_e variant dans les mêmes proportions que P_s s'explique par le fait que tant que P_e reste relativement faible, P_s augmente d'une manière linéaire (figure 4.8)
- La puissance d'intermodulation P_{im3} , augmente avec la puissance d'entrée P_e .
- l'augmentation de P_s est moins importante que celle de P_{im3} , ce qui explique la décroissance de $(C/I)_{DB}$ (figure.4.9).

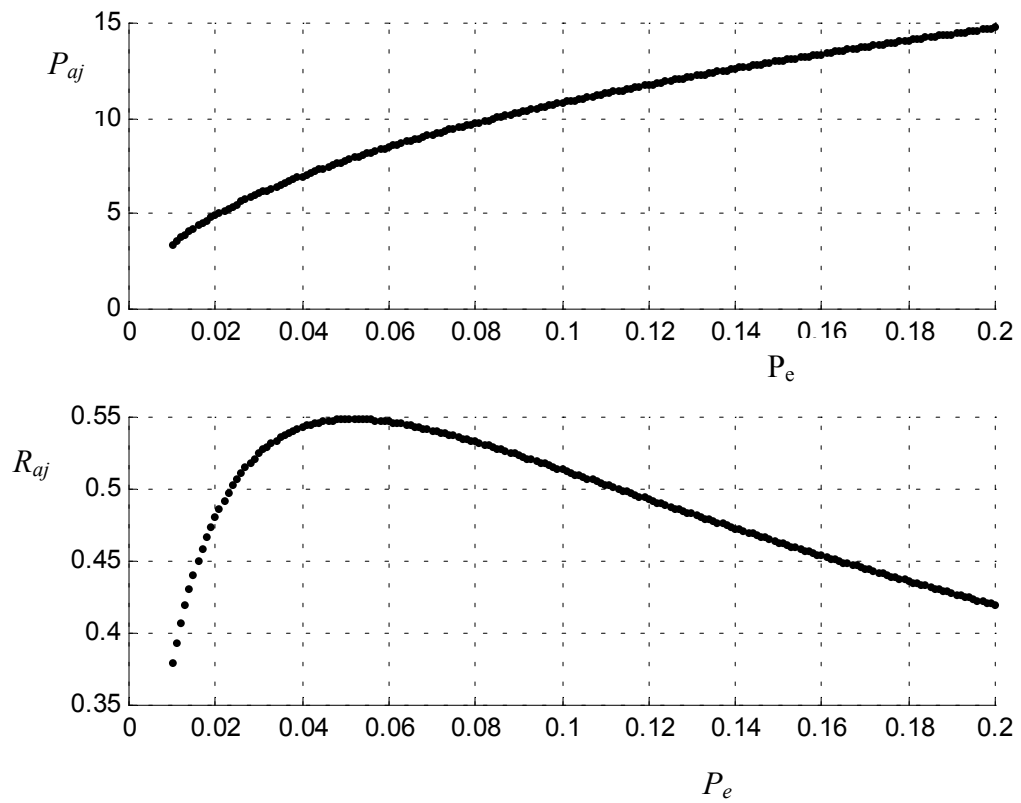


Figure 4.8 : Evolution de P_a et R_{aj} avec P_e

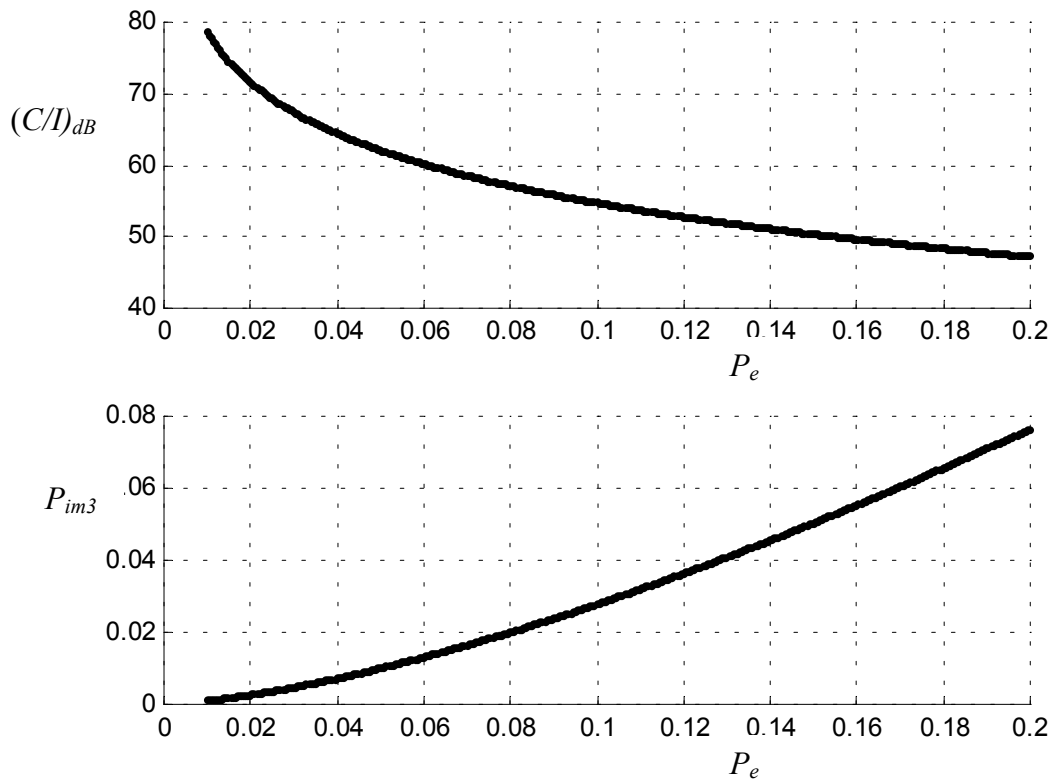


Figure 4.9 : Variation de p_{im3} et de $(C/I)_{dB}$ avec P_e

En conclusion, l'étude des plus importantes performances d'un amplificateur de puissance, à savoir la puissance de sortie, le rendement, le rendement à puissance ajoutée et le coefficient d'inter modulation dépendent aussi bien de la charge que de la puissance à l'entrée. Comme ces performances n'évoluent pas dans le même sens, la recherche d'un compromis s'impose et dont l'objectif est la détermination des valeurs appropriées de l'admittance de charge et de la puissance d'entrée.

CHAPITRE 5

Structures des amplificateurs de puissances

5.1. Introduction

Les amplificateurs de puissance peuvent être structurés soit en cascade (figure 5.1) soit en arbre d'addition (ou de division) de puissance (figure 5.2) grâce aux diviseurs-combineurs, tels que les diviseurs de Wilkinson et les coupleurs et plus principalement le coupleur de Lange. La première structure a l'avantage d'être simple mais son inconvénient réside dans la limitation de la puissance de sortie. En ce qui concerne la deuxième structure, elle a un double avantage à savoir :

- La réduction des effets de dissipation apparaissant surtout à la sortie ;
- L'obtention d'une puissance supérieure à la puissance limite de chaque transistor.

Néanmoins, le seul inconvénient à noter reste évidemment son encombrement.

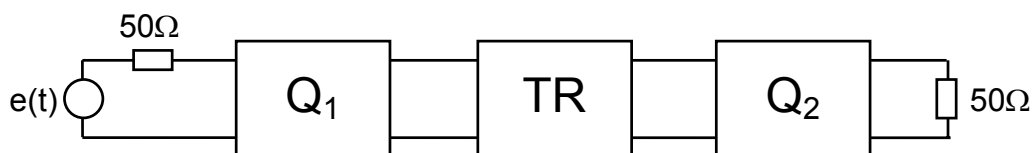


Figure 5.1 : Structure en cascade

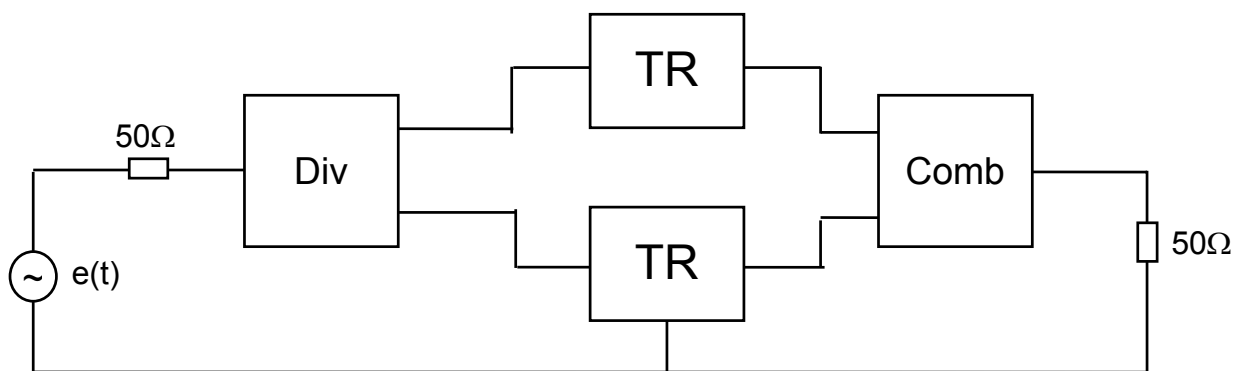


Figure 5.2 Structure en arbre

5.2. Etude des structures

a. Quadripôles réactifs

Les quadripôles Q_1 et Q_2 (figure 5.1) doivent être sans pertes et permettent la transformation des impédances de valeur de 50Ω en des impédances désirées, selon l'objectif recherché. En hyperfréquence, les quadripôles peuvent être constitués de circuits distribués à constantes semi localisées ou à constantes réparties.

a.1. Quadripôles à constantes semi localisées :

Ces quadripôles peuvent être réalisés suivant deux configurations :

▪ Les quadripôles en L

Ce sont des quadripôles où les grandeurs X_1 et X_2 représentent des réactances à déterminer à partir des valeurs des impédances d'entrée et de sortie du transistor (figure 5.3).

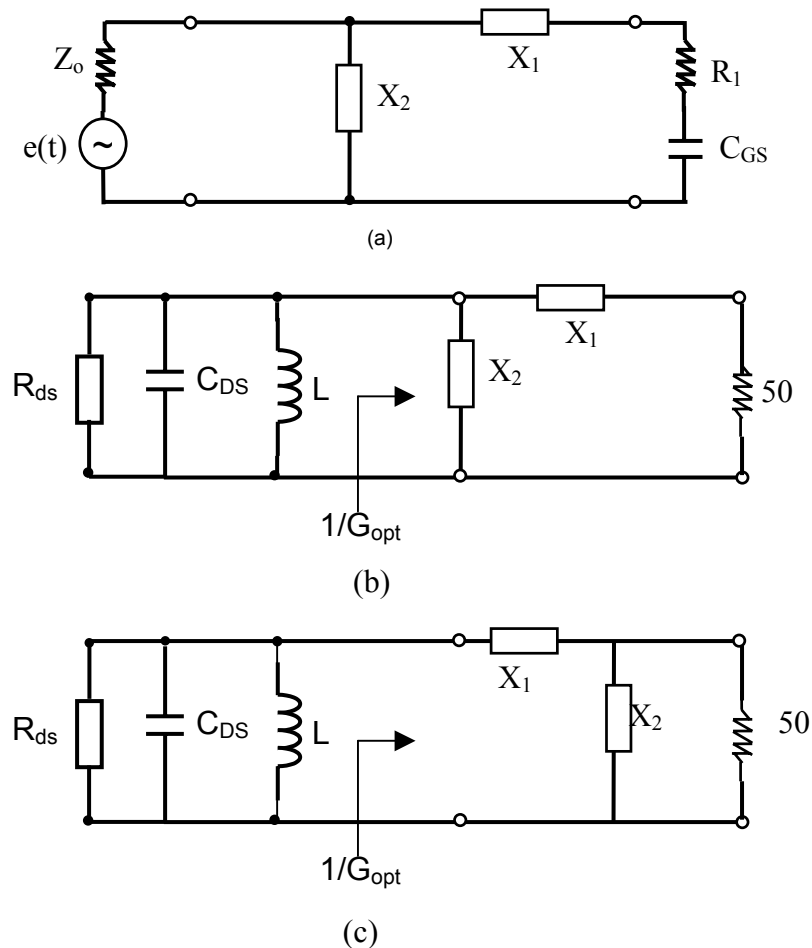


Figure 5.3 : Réseaux en L transformateur d'impédance pour un MESFET

(a) Circuit d'entrée.

(b) Circuit de sortie dans le cas : $(1/G_{opt}) > 50$

(c) Circuit de sortie dans le cas : $(1/G_{opt}) < 50$

Dans le cas où le quadripôle d'entrée est destiné à adapter l'impédance d'entrée à Z_o , les calculs donnent les expressions suivantes :

– cas du circuit d'entrée :

$$X_2 = \pm \frac{nR_I}{\sqrt{n-1}} \quad (5.1)$$

$$X_1 = R_I (\pm \sqrt{n-1} + Q) \quad (5.2)$$

où $n = \frac{Z_o}{R_l}$ est le rapport de transformation et $Q = (\omega_o C_{GS} R_l)^{-1}$ est le facteurs de qualité du transistor.

Il est à noter que le signe de X_2 peut être positif (X_2 est inductive) ou négatif (X_2 est capacitive), mais que X_2 et X_1 sont toujours de signes opposés.

– **cas du circuit de sortie**

Pour le circuit de la figure 5.3b :

$$X_1 = \sqrt{\frac{50}{G_{opt}} (1 - 50G_{opt})} \quad (5.3)$$

$$X_2 = -\frac{50^2 + \frac{50}{G_{opt}} (1 - 50G_{opt})}{\sqrt{\frac{50}{G_{opt}} (1 - 50G_{opt})}} \quad (5.4)$$

Pour le circuit de la figure 5.3c :

$$X_1 = \frac{1}{G_{gopt}} \sqrt{50G_{opt} - 1} \quad (5.5)$$

$$X_2 = -\frac{50}{\sqrt{50G_{opt} - 1}} \quad (5.6)$$

▪ **Les quadripôles en T**

C'est des quadripôles qui sont obtenus à partir d'un réseau en L, en ajoutant un autre élément réactif dans le but de bénéficier d'un degré de liberté supplémentaire pour l'adaptation de R_2 à R_l (figure 5.4). Les trois éléments peuvent être déterminés pour donner le rapport de transformation n et une adaptation de la largeur de bande pour un ROS donné. Le réseau en T (figure 5.4.a) peut être divisé en deux réseaux en L (figure 5.4b) suivant les règles suivantes [6] :

$$\frac{ab}{a+b} = 1 \quad (5.7)$$

et

$$R' > R_1 ; R' > R_2$$

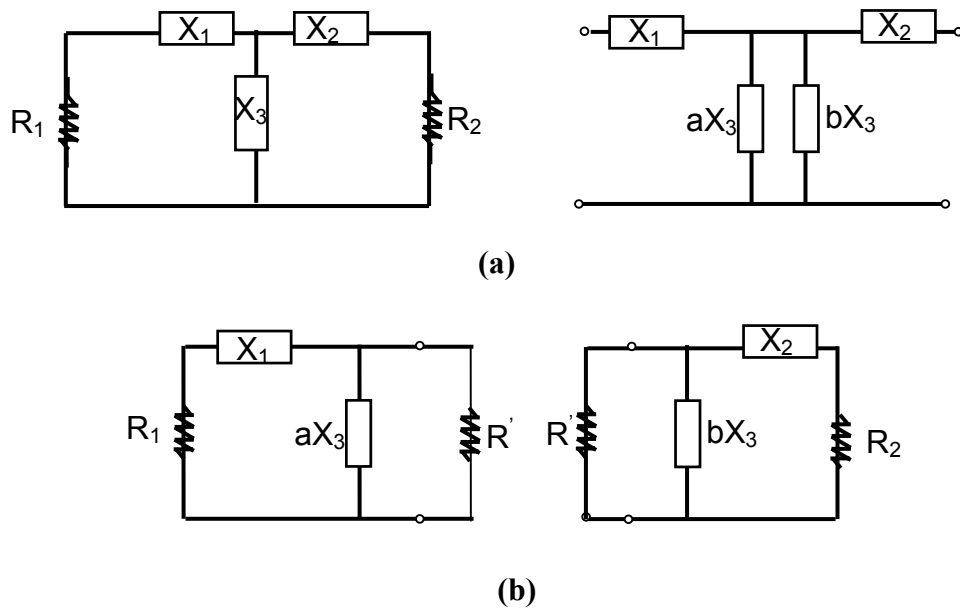


Figure 5.4 : Réseau en T

On obtient un groupe de quatre réseaux en T (figure 5.7) suivant les signes de a et b qui doivent satisfaire la relation (5.7). La largeur de bande est caractérisée par le paramètre m défini par le rapport suivant :

$$m = \frac{R'}{R_1}$$

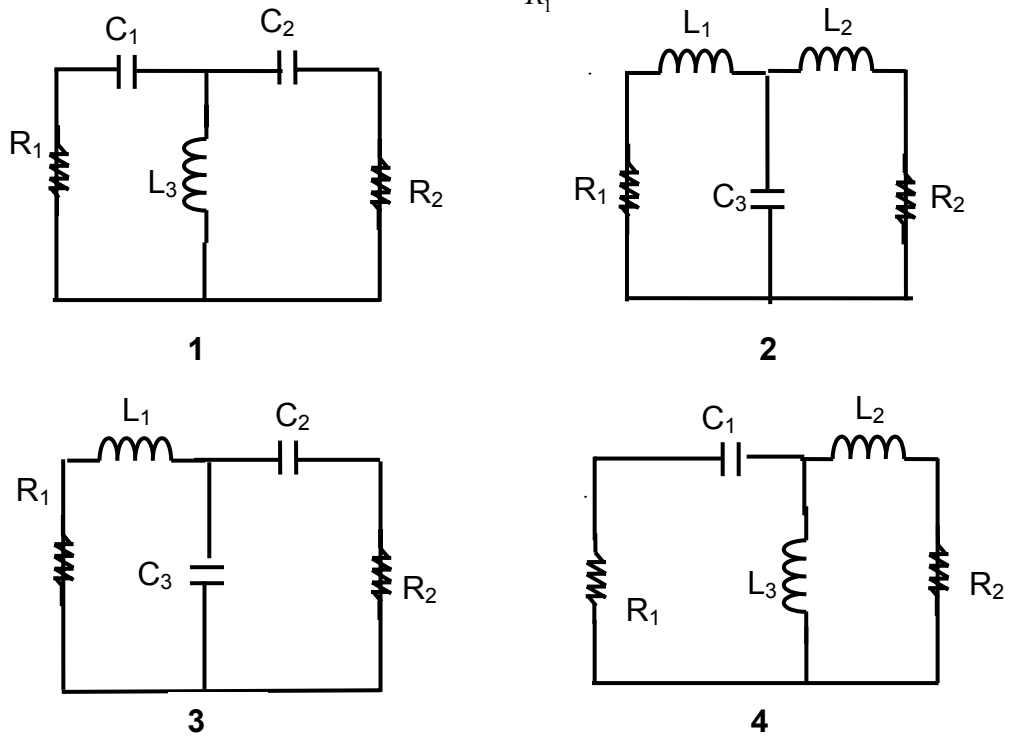


Figure 5.5. Configuration de réseaux en T

Selon le réseau utilisé les expressions des inductances et des capacités sont [6]:

$$\text{pour le réseau (1) : } C_1 = (\omega_o R_1 a)^{-1} ; C_2 = (\omega_o R_2 b)^{-1} ; L_3 = \frac{m R_1}{\omega_o (a + b)}$$

$$\text{pour le réseau (2) : } L_1 = \frac{R_1 a}{\omega_o} ; L_2 = \frac{R_2 b}{\omega \omega_o} ; C_3 = \frac{a + b}{\omega_o m R_1}$$

$$\text{pour le réseau (3) : } L_1 = \frac{R_1 a}{\omega_o} ; C_2 = (\omega_o R_2 b)^{-1} ; C_3 = \frac{a + b}{\omega_o m R_1}$$

$$\text{pour le réseau (4) : } C_1 = (\omega_o R_1 a)^{-1} ; L_2 = \frac{R_2 b}{\omega \omega_o} ; L_3 = \frac{m R_1}{\omega_o (a + b)}$$

$$\text{où } a = \sqrt{m-1} \text{ et } b = \sqrt{\frac{m}{n}-1} \text{ avec } m > n$$

n étant le rapport de transformation. Les dipôles X_i sont réalisés à l'aide de lignes sans pertes. Ils doivent être de longueur ℓ très faible par rapport à la longueur d'onde et vérifiant les conditions suivantes :

- pour une self L , l'impédance caractéristique Z_c de la ligne doit être très grande comparativement aux impédances qui lui sont connectées. L'expression de la self est donnée par :

$$L = \frac{\ell Z_c}{v} \quad (5.8)$$

- pour une capacité C , l'impédance caractéristique Z_c doit être très faible par rapport aux impédances qui lui sont connectées. L'expression de la capacité est donnée par :

$$C = \frac{\ell}{v Z_c} \quad (5.9)$$

ou v représente la vitesse de propagation de l'onde dans la ligne.

a.2. Quadripôles à constantes réparties.

Les éléments constitutifs de ces quadripôles sont des lignes de longueurs non négligeables devant la longueur d'onde λ . Ces réseaux ont pour rôle la transformation de Z_L en Z_O . On peut dénombrer différentes structures parmi lesquelles :

– première structure

Cette structure est constituée par une ligne sans perte d'impédance caractéristique Z_C et de longueur ℓ (figure 5.7), données respectivement par les expressions suivantes :

$$Z_C = \sqrt{Z_o \frac{X_L^2 + R_L^2 - R_L Z_o}{R_L - Z_o}} \quad (5.10)$$

$$\ell = \frac{1}{\beta} \operatorname{arctg} \left[\frac{Z_o - R_L}{Z_o X_L} \sqrt{Z_o \frac{X_L^2 + R_L^2 - R_L Z_o}{R_L - Z_o}} \right] \quad (5.11)$$

où

$$Z_L = R_L + jX_L$$

et

$$\beta = \frac{2\pi}{\lambda}$$

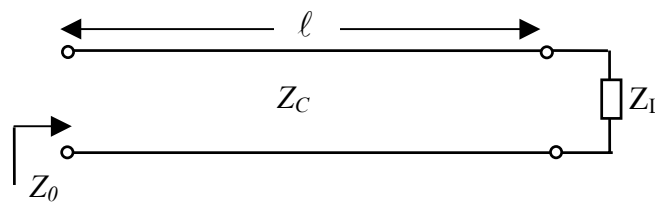


figure 5.6 :première structure

– **deuxième structure :**

Elle est constituée d'une ligne de transmission sans pertes de longueur ℓ_1 d'impédance caractéristique Z_{C1} et d'un tronçon de ligne ouvert (Stub) de longueur ℓ_2 d'impédance caractéristique Z_{C2} (figure 5.7).

En général, les impédances Z_{C1} et Z_{C2} sont prises égales à Z_o . Par conséquent ℓ_1 et ℓ_2 restent à déterminer.

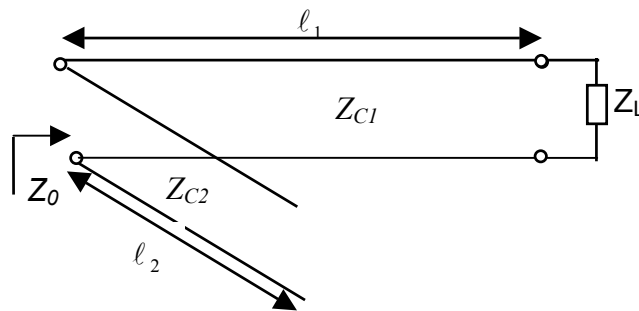


Figure 5.7 :deuxième structure

$$\ell_2 = \frac{1}{\beta} \operatorname{arctg} \frac{1}{G_L \sqrt{Y_o}} \sqrt{Y_o B_L^2 - [(Y_o - G_L)(G_L^2 + B_L^2 - Y_o G_L)]} \quad (5.12)$$

$$\ell_1 = \frac{1}{\beta} \operatorname{arctg} \frac{\sqrt{Y_o} \sqrt{Y_o B_L^2 - (Y_o - G_L)(G_L^2 + B_L^2 - Y_o G_L)} + Y_o B_L}{(G_L^2 + B_L^2) - Y_o G_L} \quad (5.13)$$

où
$$\frac{1}{Z_L} = G_L + jB_L$$

et
$$Y_O = \frac{1}{Z_O}$$

– **Troisième structure :**

Ce type de montage (figure 5.8) est constitué par une ligne quart d'onde d'impédance caractéristique Z_{C3} et d'une ligne ouverte de longueur ℓ_3 d'impédance caractéristique Z_{C4} . Dans ce dernier cas il s'agira de déterminer Z_{C3} et ℓ_3 en connaissant Z_L et Z_{C4} dont leurs expressions sont données par les relations suivantes :

$$Z_{C3} = \sqrt{Z_O \frac{1}{G_L}} \quad (5.14)$$

$$\ell_3 = -\frac{1}{\beta} \arctg(B_L Z_{C4}) \quad (5.15)$$

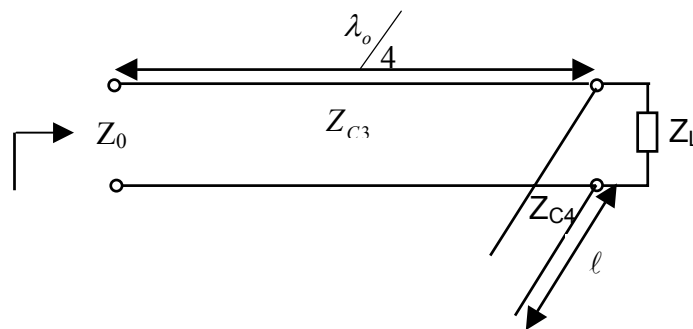


Figure 5.8 : Troisième structure

b. Diviseur de Wilkinson à 3dB (Hybride) :

Afin d'obtenir des puissances de sortie relativement élevées, il est nécessaire de combiner des amplificateurs au niveau des puces ou bien au niveau des circuits. Il est préférable (essentiel dans le cas des transistors à forte puissance) d'obtenir une puissance élevée en utilisant deux AsGa MESFET moyenne puissance au lieu d'utiliser un seul composant surdimensionné [6]. Il existe plusieurs circuits de répartition et d'addition de puissance parmi lesquels le diviseur de Wilkinson.

Le diviseur de Wilkinson est une structure (jonction) à trois accès adaptée à l'accès (1) grâce aux lignes quart d'onde (figure 5.9). Le principe de ce diviseur consiste à placer une charge résistive $2Z_O$ entre les sorties (2) et (3), pour absorber l'énergie de retour si une désadaptation venait à se produire entre les deux bras de sorties [20]. Elle doit être dimensionnée à partir de la conductivité du métal utilisé et de l'effet de peau, de sorte que sa fréquence de résonance soit plus grande que la fréquence maximale de la bande passante. L'isolation est parfaite si la sortie (3) est portée à un potentiel nul lorsqu'on alimente en (2). Donc la résistance $2Z_O$ doit avoir des dimensions très

petites et par ailleurs la distance entre les sorties (2) et (3) devrait être négligeable comparativement à la longueur d'onde. Pour cela, les deux lignes quart d'onde doivent être courbées de telle manière à ce que le couplage parasite, engendré par celle-ci, soit le plus faible que possible[20].

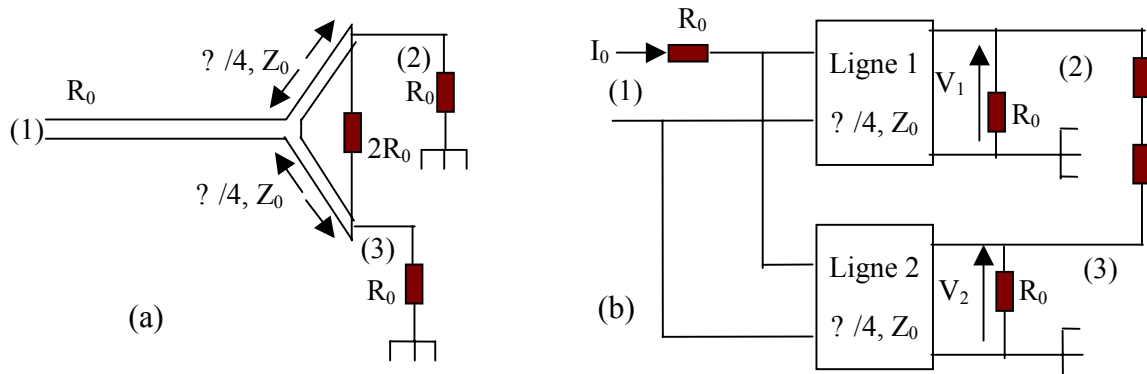


Figure 5.9 : Diviseur de Wilkinson

- (a) Structure en ligne microruban (vue de dessus).
 (b) Schéma électrique

Pour évaluer les performances du diviseur de Wilkinson, on doit recourir à la matrice de dispersion à la fréquence centrale dont la forme est la suivante :

$$[S] = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 0 & -j & -j \\ -j & 0 & 0 \\ -j & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (5.16)$$

Cette dernière vérifie les caractéristiques suivantes du diviseur de Wilkinson :

- Adaptation des trois accès,
- Isolation entre les accès (2) et (3), et la
- Répartition équitable de puissance entre les accès (2) et (3).

c. Filtres passe bandes sélectifs

L'utilisation d'un filtre sélectif à la sortie de l'amplificateur de puissance s'impose pour éliminer les fréquences harmoniques dues à la non linéarité d'une part et restituer la fréquence fondamentale d'autre part. Ces filtres sont représentés par des circuits à constantes semi localisées ou par des circuits distribués à constantes réparties.

c.1. Filtre à constantes semi localisées

Ce sont des circuits résonants série ou parallèle (figure 5.10) et dont la fréquence de résonance est :

$$f_o = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} \quad (5.17)$$

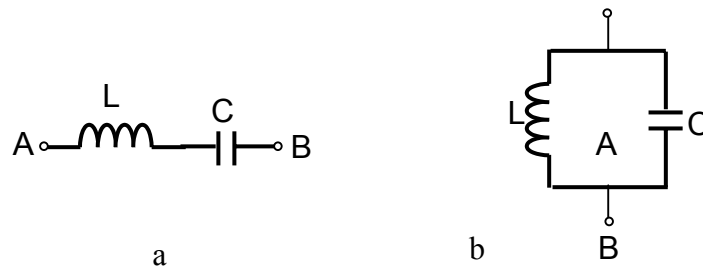


Figure 5.10 : Filtre à constantes semi – localisées

- (a)circuit résonant série
- (b)circuit résonant parallèle

c.2. Filtres distribués constantes réparties

Les principales structures utilisées sont indiquées dans la figure 5.11. Chaque filtre peut être représenté par deux structures distribuées équivalentes à constantes réparties.

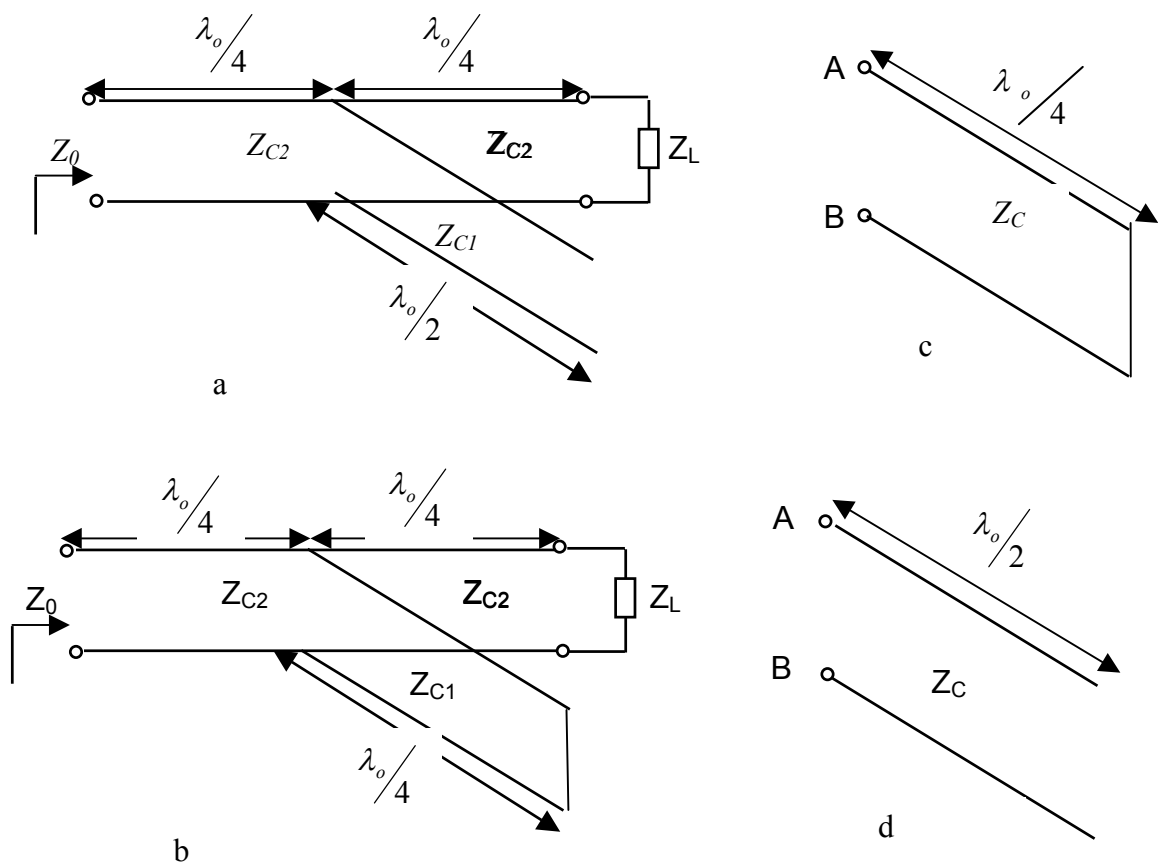


Figure 5.11 : Filtre passe bandes à constantes réparties

- (a) et (b) : circuits équivalent au circuit de la fig5.10a.
- (c) et (d) : circuits équivalent au circuit de la fig 5.10b

CHAPITRE 6

Conception des amplificateurs micro-ondes de puissance

6.1. Introduction.

Deux procédures peuvent être envisagées selon que la conception soit effectuée à partir d'un transistor donné ou à partir d'un cahier de charge spécifié. Pour la première procédure, on déduit des caractéristiques du transistor les performances de l'amplificateur à savoir le gain, la puissance, le rendement et l'intermodulation. La deuxième procédure a pour but la recherche d'un compromis entre les performances, lesquelles déterminent le transistor approprié à utiliser. Ces deux procédures sont développées et présentées par des organigrammes de conception.

6.2. Organigramme de conception

Les organigrammes de la figure 6.1, que nous avons élaborés, résument les différentes étapes de conception des amplificateurs de puissances micro-ondes qu'ils soient en cascade ou avec des diviseurs-combineurs. La première étape de cet organigramme consiste d'abord à déterminer les valeurs des paramètres statiques et dynamiques du transistor par les méthodes d'optimisation de Newton Raphson et d'extraction des éléments du schéma électrique [21], ensuite celles des performances de l'amplificateur $P_{s\ max}$, R_{max} , R_{aj} , $P_{e\ max}$ et I_{m3} . Le but de la deuxième étape est de dimensionner les circuits en terme de grandeurs électriques pour une conception donnée. Ce dimensionnement ne peut se faire qu'à condition de connaître au préalable G_{opt} , déterminée par l'une des méthodes suivantes.

La méthode analytique non linéaire :

- la méthode analytique approximative «MAA », appliquée aux classes A et B, où G_{opt} est calculée par la relation (3.21) pour le modèle linéaire et par (3.34) pour un modèle non linéaire simplifié ;
- la méthode analytique d'optimisation «MAO » où G_{opt} est déterminée, en classe A seulement, par la relation (4.21) à partir du modèle non linéaire de Gopinath et Rankin.

La méthode itérative :

Cette méthode « MIT » calcule, à chaque itération, les coefficients de réflexion à l'entrée G_{in} et à la sortie G_{out} du transistor en considérant l'accès 1 de l'amplificateur adapté [22]. Ces coefficients de réflexion sont calculés à partir des valeurs des paramètres S_{ij} du transistor et de la conductance G_L de la charge. L'objectif de cette méthode est d'obtenir l'admittance de charge. Le vecteur initial est la pente de la droite de charge dynamique obtenu graphiquement à partir des réseaux des caractéristiques statiques du transistor. Pour une puissance maximale, la pente doit correspondre aux excursions maximales du courant et de la tension de drain.

La méthode expérimentale (Load Pull) :

C'est une technique de caractérisation directe du fonctionnement du transistor [23]. Elle a pour principal avantage de permettre une détermination par mesure (figure 6.2) des conditions d'utilisation du transistor permettant d'atteindre un objectif donné. Elle permet de contrôler simultanément les impédances de charge et les performances du composant pour une fréquence et un point de polarisation donnés. Cependant, l'obtention de la performance optimale du dispositif passe par la multiplication des mesures pour différents niveaux de polarisation.

Le principe est basé sur la génération d'une source cohérente qui génère une onde incidente à l'entrée du composant, et une onde réfléchie à la sortie de celui-ci. On peut donc simuler une charge variable en sortie du dispositif en modifiant le module et la phase de l'onde d'excitation à la sortie.

La caractérisation consiste à faire varier les ondes A_1 et A_2 à l'aide des deux atténuateurs et de mesurer B_1 et B_2 . Les rapport B_1/A_1 et B_2/A_2 sont mesurés à la fréquence fondamentale par l'analyseur vectoriel. Ceci permet de déterminer P_e , P_s , P_{aj} , Z_e , Z_{ch} donnés respectivement par:

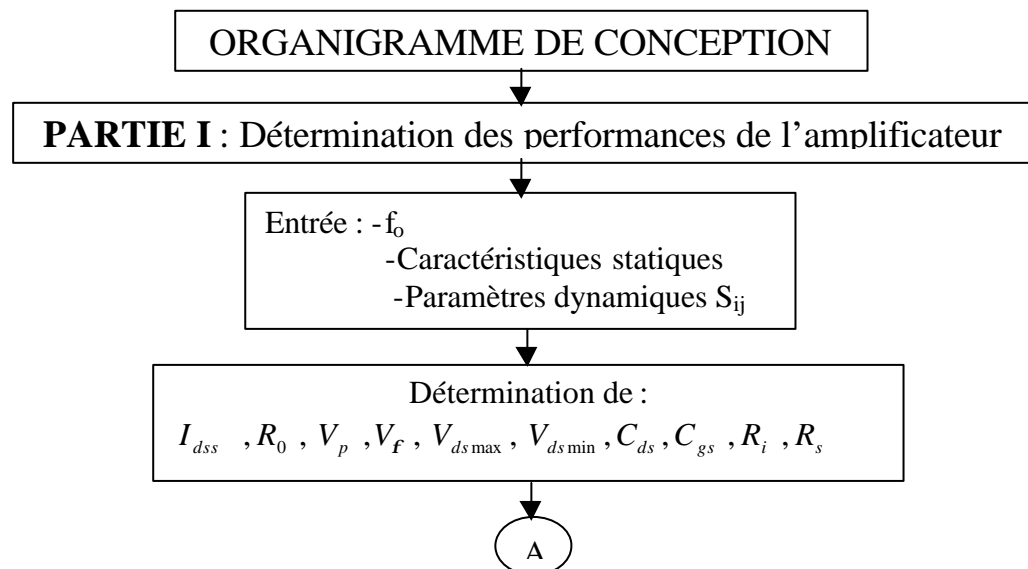
$$P_e = \frac{1}{2} (|A_1|^2 - |B_1|^2)$$

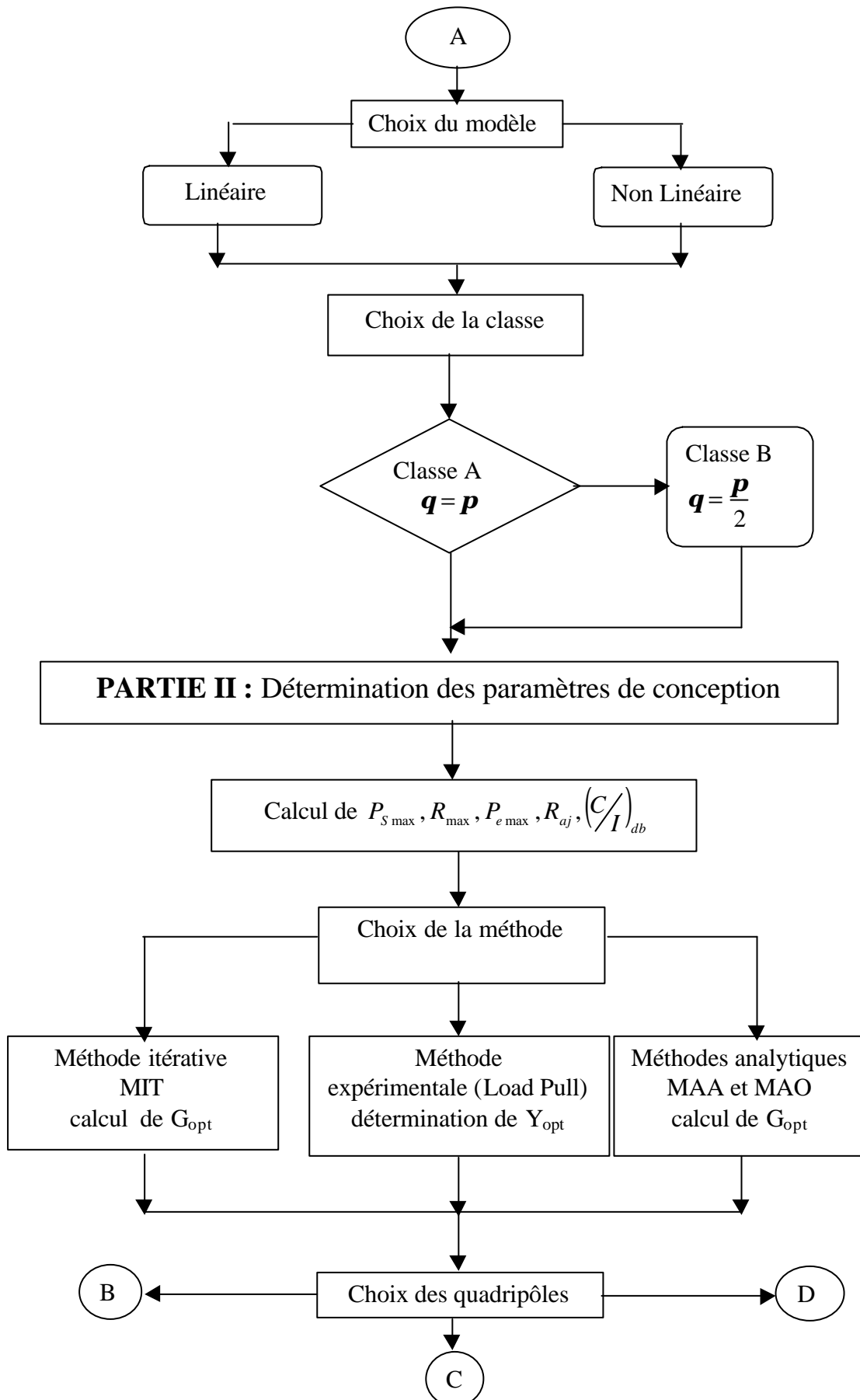
$$P_s = \frac{1}{2} (|A_2|^2 - |B_2|^2)$$

$$P_{aj} = P_s - P_e$$

$$Z_e = Z_o \frac{1 + B_1/A_1}{1 - B_1/A_1}$$

$$Z_{ch} = Z_o \frac{1 + B_2/A_2}{1 - B_2/A_2}$$





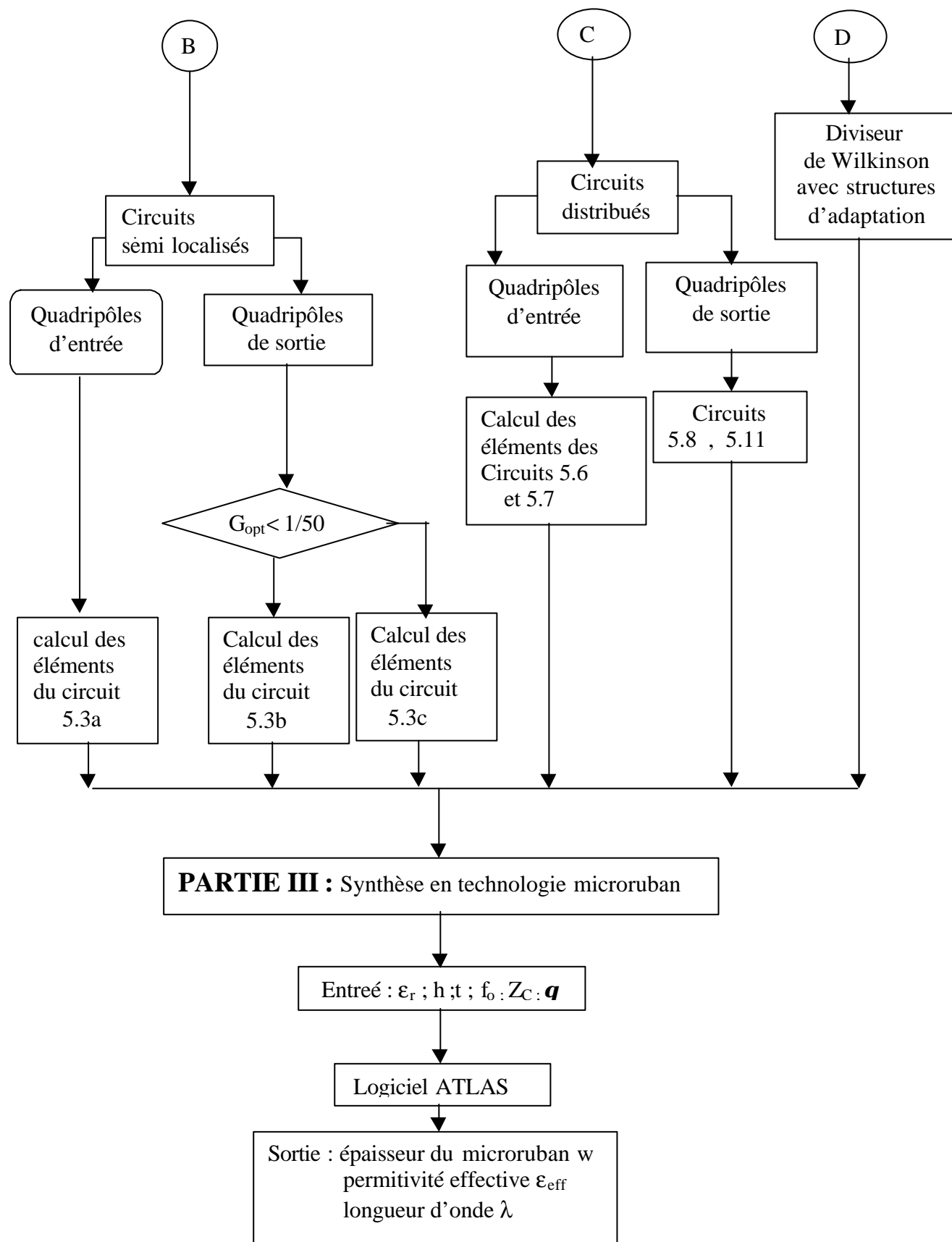


Figure 6.1 : organigramme de conception des amplificateurs microondes de puissance

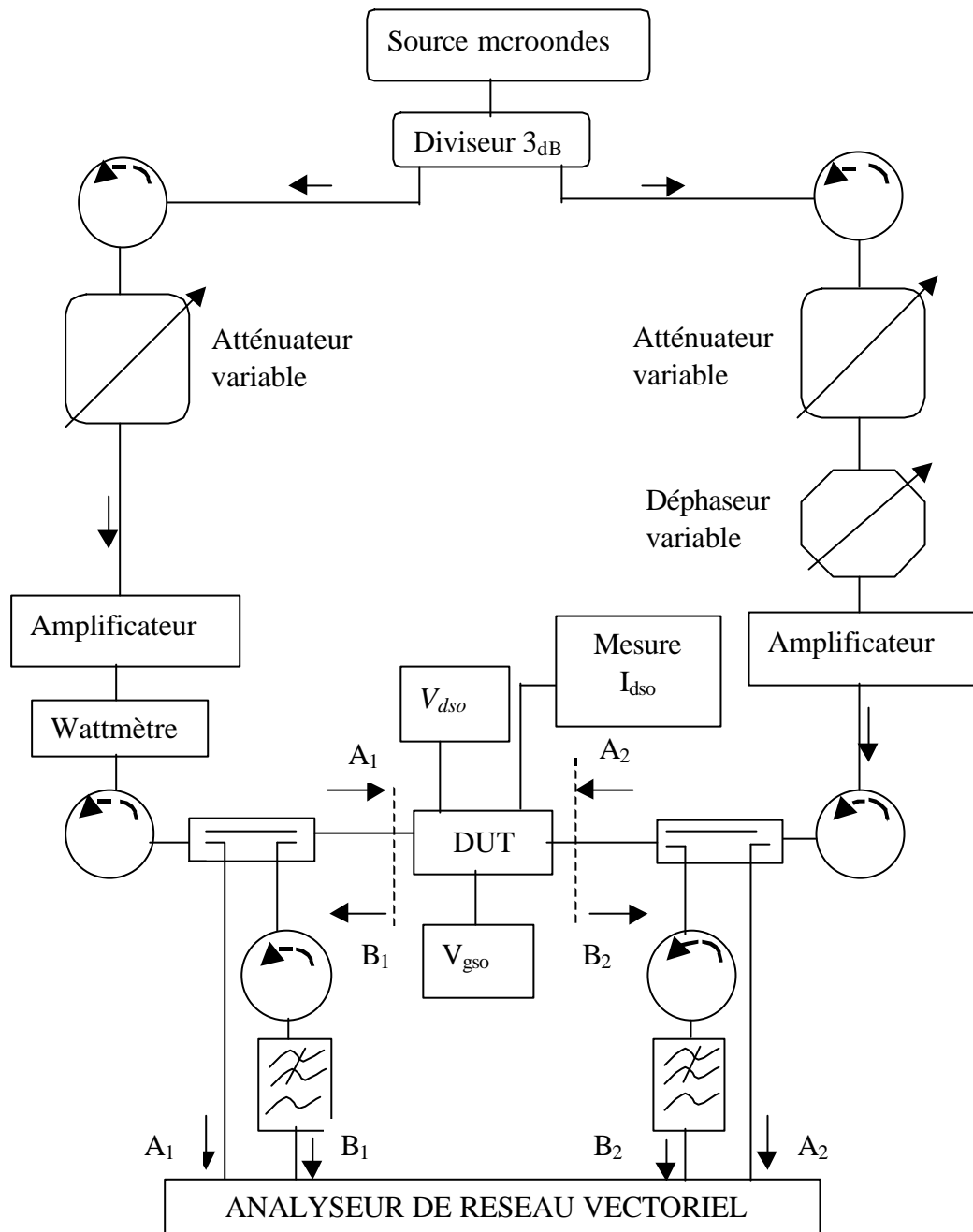


Figure 6.2 : Schéma bloc du système de caractérisation « Load Pull »

6.3. Synthèse de circuit en technologie micro ruban

La ligne micro ruban à structure plane peut être utilisée comme un élément de circuit passif. Compte tenu de la forme de sa structure, elle s'adapte bien aux dispositifs à l'état solide tels que les transistors. La réalisation des circuits dans cette technologie est subordonnée à leur synthèse préalable qui consiste à les dimensionner en déterminant la largeur W du micro ruban et sa longueur l (ou la longueur d'onde λ) (figure 6.3) à partir des paramètres physiques et électriques du substrat fournis par le constructeur à savoir :

- h : Hauteur du substrat
- ϵ_r : Permittivité relative du substrat
- t : Epaisseur du conducteur

d'une part, et des paramètres de conception :

- Impédance caractéristique Z_C de la ligne
- Longueur électrique q de la ligne
- Fréquence de travail f_o

d'autre part.

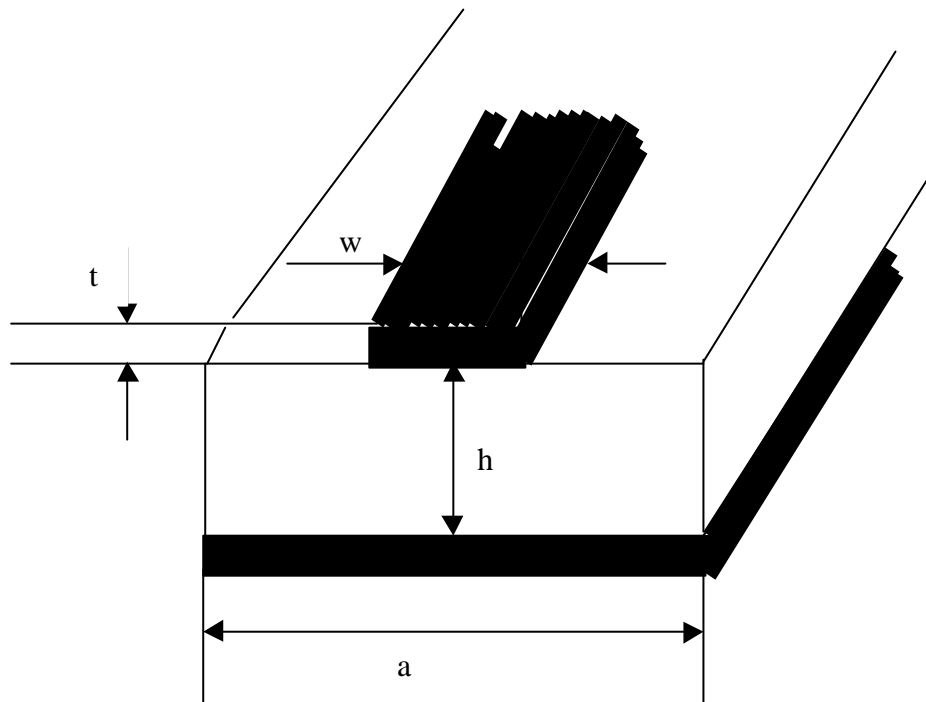


Figure 6.3 : Coupe transversale d'une ligne micro ruban

L'épaisseur t du conducteur est un paramètre très important pour les amplificateurs de puissance car sa valeur détermine les pertes dans les circuits passifs. Ces pertes diminuent avec l'augmentation de t .

Les méthodes de synthèse sont soit linéaires soit non linéaires [24]. Compte tenu de leur précision, les méthodes non linéaires sont préférables aux méthodes linéaires.

Pour la synthèse de nos circuits, nous avons fait usage du logiciel d'analyse et de synthèse appelé ATLAS.

6.4. Conception d'amplificateurs micro-ondes de puissance

Nous proposons trois conceptions différentes d'amplificateurs micro-ondes de puissance :

- Une conception, par la méthode itérative, d'un amplificateur classe A en cascade et d'un amplificateur classe A en arbre associant des diviseurs de Wilkinson.

- Une conception d'un amplificateur classe A par la méthode d'optimisation.

a. Conception d'un amplificateur classe A en cascade par la méthode itérative MIT.

La figure (6.4) montre les caractéristiques statiques mesurées $I_{ds} = f(V_{ds})_{V_{gs}}$ du transistor de puissance MESFET AsGa FUJITSU FLM7785 que nous utilisons dans nos conceptions.

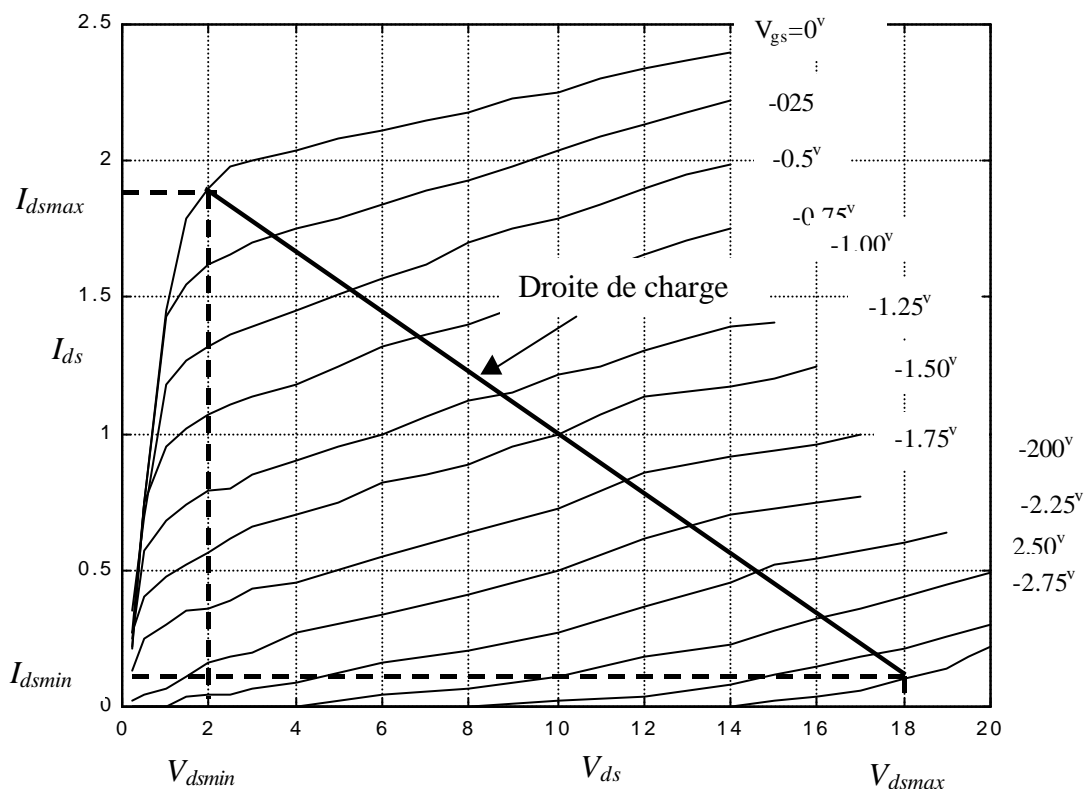


Figure 6.4 : Caractéristiques statiques du transistor MESFET GaAs FUJITSU FLM7785

La zone de fonctionnement est limitée par :

$$V_{dsmax} = 18\text{v}$$

$$V_{dsmin} = 2\text{v}$$

$$I_{dsmax} = 1.8\text{A}$$

$$I_{dsmin} = 0.1\text{A}$$

La puissance de sortie maximale est déterminée par la droite de charge dont la pente est :

$$G_L = \frac{I_{dsmax} - I_{dsmin}}{V_{dsmax} - V_{dsmin}} \quad (6.1)$$

La puissance de sortie sera dans ce cas :

$$P_{S\max} = \frac{I}{2} \left[\left(\frac{V_{ds\max} - V_{ds\min}}{2} \right) \left(\frac{I_{ds\max} - I_{ds\min}}{2} \right) \right] \quad (6.2)$$

Pour obtenir cette puissance maximale, la conductance G_L optimale est présentée à la source de courant I_{ds} . La partie imaginaire de l'admittance de la charge doit donc résonner avec la susceptance de l'admittance de sortie du transistor. Comme en saturation le terme dominant dans l'admittance de sortie est la capacité C_{ds} , une première estimation de la charge est :

$$Y_L = G_L - i\omega C_{ds} \quad (6.3)$$

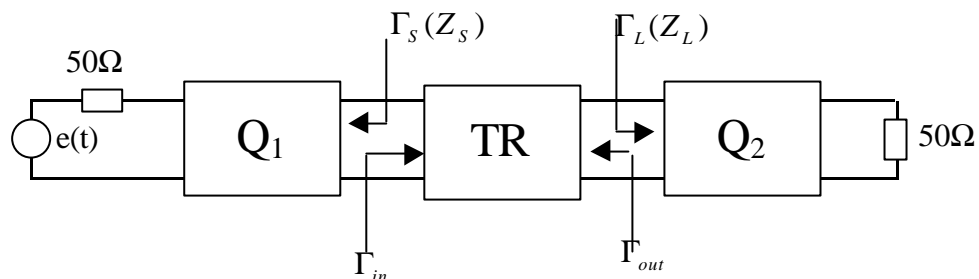


Figure 6.5 : Schéma de l'amplificateur à structure en cascade

Les coefficients de réflexion à l'entrée et à la sortie (figure 6.5) peuvent être estimés en fonction des paramètres de répartition S_{ij} par les formules suivantes :

$$\mathbf{G}_{in} = S_{11} + \frac{S_{12}S_{21}\mathbf{G}_L}{1 - S_{22}\mathbf{G}_L} \quad (6.4)$$

$$\mathbf{G}_{out} = S_{22} + \frac{S_{12}S_{21}\mathbf{G}_S}{1 - S_{11}\mathbf{G}_S} \quad (6.5)$$

L'objectif est de déterminer l'admittance de sortie Y_{out} . Le problème revient donc à calculer \mathbf{G}_{out} connaissant les coefficients de réflexions \mathbf{G}_L au niveau de la charge et \mathbf{G}_S au niveau de la source. Pour résoudre ce problème nous avons écrit un programme (Logiciel Matlab) qui nous permet par itération de déterminer les impédances d'entrée et de sortie. La méthode itérative proposée est la suivante:

1. Dans une première étape, la valeur initiale \mathbf{G}_{Lo} du coefficient de réflexion \mathbf{G}_L est calculée en fonction de la valeur de G_L , obtenue graphiquement à partir des réseaux des caractéristiques statiques (figure 6.4).

$$\Gamma_L = \Gamma_{Lo} = \frac{Z_C - G_L}{Z_C + G_L}$$

2. dans la deuxième étape, le coefficient de réflexion Γ_{in} est calculé à l'aide de l'équation 6.4.

3. Comme l'adaptation à l'entrée est un critère imposé par MIT, \mathbf{G}_S sera alors égal au conjugué de \mathbf{G}_{in} :

$$\mathbf{G}_S = \mathbf{G}_{in}^*$$

4. \mathbf{G}_{out} est alors calculé à l'aide de l'équation 6.5.
5. A partir de \mathbf{G}_{out} on calcule Y_{out} selon l'équation suivante :

$$Y_{out} = \frac{1}{Z_C} \frac{1 - \mathbf{G}_{out}}{1 + \mathbf{G}_{out}}$$

6. Comme la partie imaginaire de l'admittance de charge doit résonner avec la susceptance de l'admittance de sortie du transistor, la valeur de Y_L est déduite de celle de Y_{out} :

$$Y_L = G_L - iB_{out}$$

7. A partir de cette valeur, une nouvelle valeur de \mathbf{G}_L est ainsi calculée :

$$\mathbf{G}_L = \frac{\frac{1}{Z_C} - Y_L}{\frac{1}{Z_C} + Y_L}$$

8. Si la précision désirée $\mathbf{e} = |\mathbf{G}_{L(n+1)} - \mathbf{G}_{L(n)}|$ n'est pas atteinte on revient à l'étape (2). ($\mathbf{e} = 10^{-3}$ est suffisante)

Les résultats obtenus à la fréquence 8.2GHz sont :

$$\mathbf{G}_L = -0.6826 + 0.0045 i$$

$$Y_{ou} = 0.0196 + 0.0018 i$$

$$\mathbf{G}_{in} = 0.0403 - 0.2014 i$$

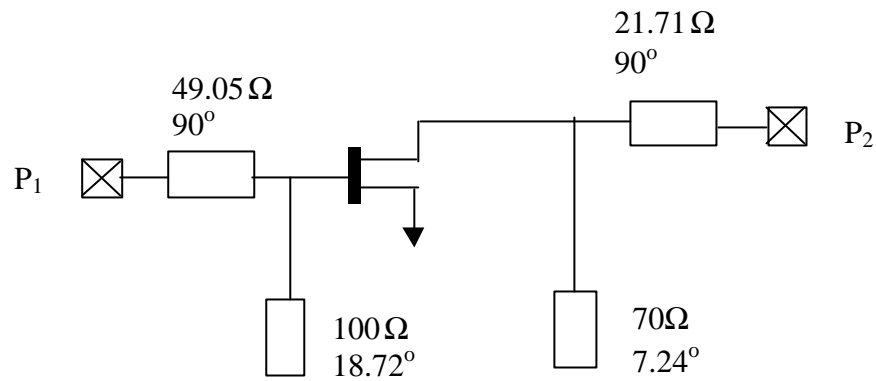
$$\mathbf{G}_S = 0.0403 + 0.2014 i$$

$$Y_L = 0.1060 - 0.0018 i$$

$$Y_S = 0.0208 - 0.0003 i$$

Pour la constitution des quadripôles Q_1 et Q_2 nous avons opté pour la structure représentée par la figure 5.8. L'impédance caractéristique de la ligne quart d'onde et la longueur électrique de la ligne ouverte sont donnés respectivement par les relations (5.14) et (5.15). Les calculs donnent :

$Z_{C1} = 49.0543 \Omega$	$\theta_1 = 90^\circ$	ligne quart d'onde à l'entrée
$Z_{C2} = 100 \Omega$	$\theta_2 = 18.72^\circ$	ligne ouverte à l'entrée
$Z_{C3} = 21.71 \Omega$	$\theta_3 = 90^\circ$	ligne quart d'onde à la sortie
$Z_{C4} = 70 \Omega$	$\theta_4 = 7.24^\circ$	ligne ouverte à la sortie


Figure 6.6 : Schéma de l'amplificateur classe A en cascade

Les résultats de la synthèse des circuits sont illustrés dans les tableaux 6.1 et 6.2 pour différentes valeurs de h et de ϵ_r .

	$Z_C(\Omega)$	θ°	h (mm)		ϵ_r	t	w (mm)		L (mm)	
Ligne $\frac{1}{4}$ (sortie)	21.71	90°	0.635	1.27	10	0	2.49	5.233	3.184	3.08
Stub (sortie)	70.00	7.24°	0.635	1.27	10	0	0.613	1.31	0.110	0.106
Ligne $\frac{1}{4}$ (Entrée)	49.05	90°	0.635	1.27	10	0	0.542	1.16	3.485	3.383
Stub (entrée)	100.50	18.7°	0.635	1.27	10	0	0.400	0.856	1.765	1.717
Circuit de polarisation	15.00	1.57	0.635	1.27	10	0	3.448	8.250	3.096	3.015

Tableau.6.1 : Synthèse des circuits pour $t=0$

	Z_C	θ°	h	ϵ_r	t (mm)	w (mm)	l (mm)
Ligne $\frac{1}{4}$ (Sortie)	21.71	90°	0.25	2.33	9	2.316	6.269
Stub (Sortie)	70	7.24°	0.25	2.33	9	0.774	0.206
Ligne $\frac{1}{4}$ Entrée)	49.05	90°	0.25	2.33	9	0.681	6.518
Stub (Entrée)	100	18.72°	0.25	2.33	9	0.551	3.2806
Circuits de Polarisation	10	90°	0.25	2.33	9	5.545	6.136
	100	90°	0.25	2.33	9	0.135	6.783

Tableau 6.2 : Synthèse des circuit pour $t=9mm$

L'analyse effectuée par le logiciel SERENADE est illustrée dans la figure 6.7. Les résultats obtenus sont conformes à nos prévisions. En effet :

- Le coefficient de réflexion à l'entrée (S_{11}) est proche du minimum confirmant que l'adaptation est réalisée à l'entrée.
- La sortie n'est pas adaptée, le coefficient de réflexion à la sortie (S_{22}) ne peut être minimum à la fréquence de travail.

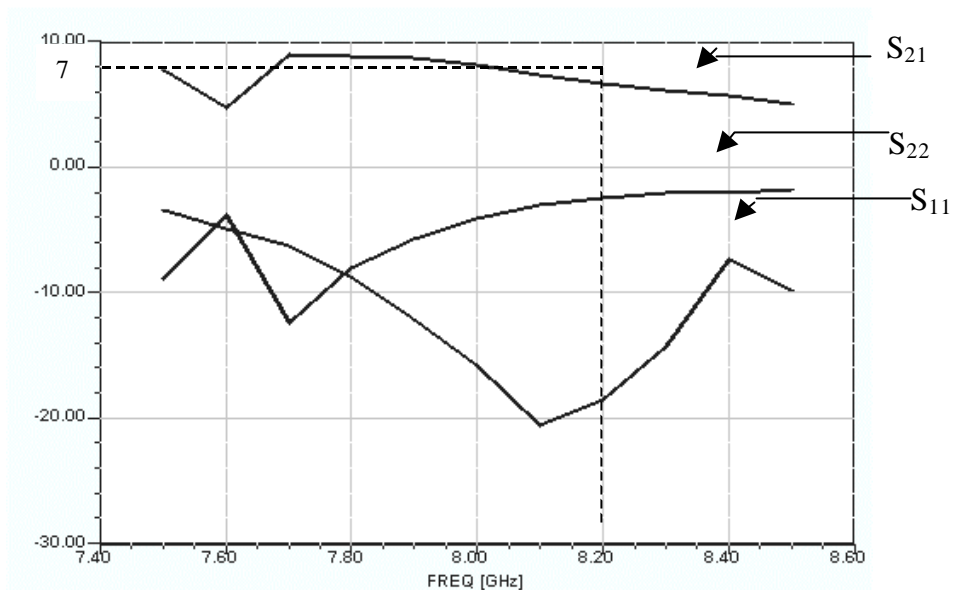


Figure 6.7 : Variation des paramètres S_{ij} en fonction de la fréquence de l'amplificateur classe A

Les caractéristiques de cet amplificateur sont :

Puissance de sortie :	3.6W
Rendement :	40%
Coefficient d'intermodulation d'ordre 3:	70.55
Gain de transfert :	7 _{dB}
Fréquence centrale :	8.2GHz
Bande passante :	7.5GHz – 8.7GHz

b. Conception d'un amplificateur classe A avec structure en arbre

La puissance maximal de sortie du transistor FLM 7785 est de 3.6W. En utilisant deux transistors identiques dont les sorties respectives sont reliées aux deux ports du combineur de Wilkinson (figure 6.8), nous obtenons une puissance totale en sortie de l'amplificateur de 7.2 W. A l'entrée de l'amplificateur, le diviseur de Wilkinson fournit à chaque transistor la même puissance d'entrée pour la même fréquence de travail.

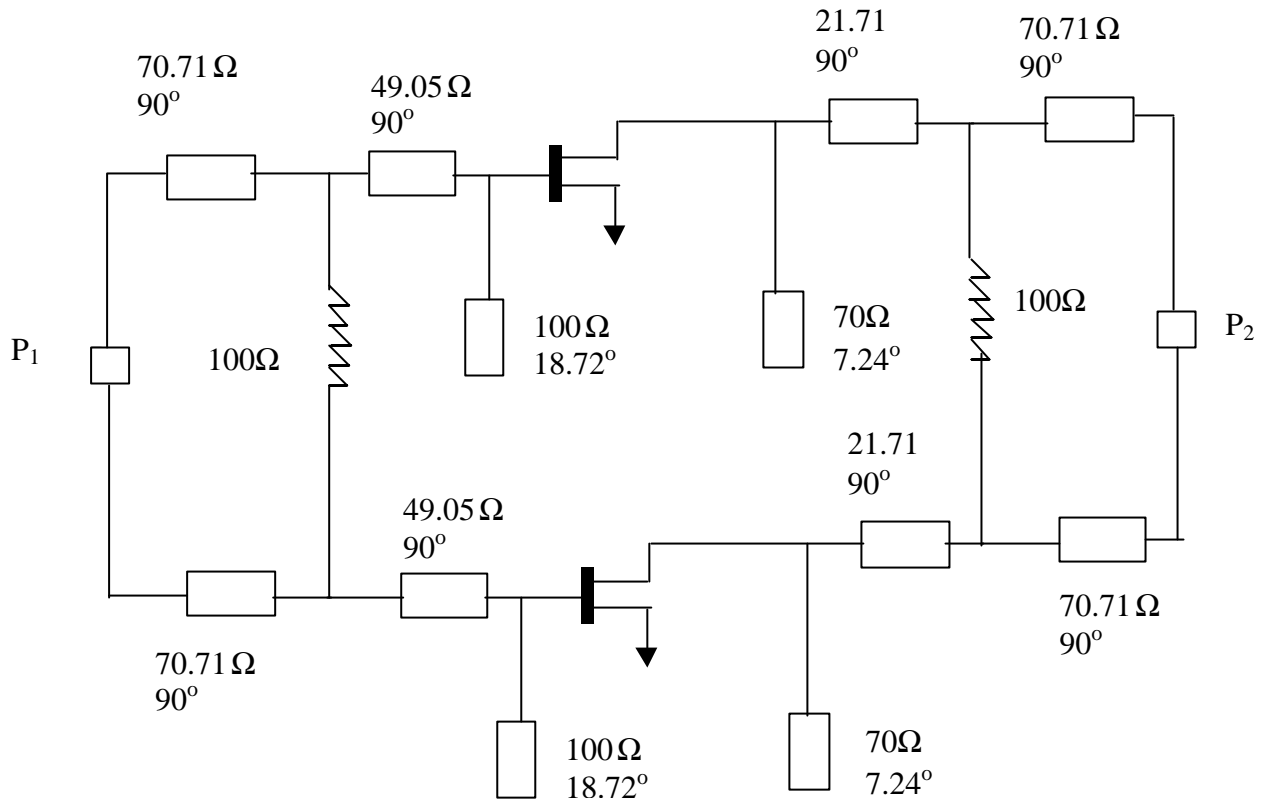


Figure 6.8 : Schéma de l'amplificateur classe A avec structure en arbre

Les résultats obtenus sont représentés dans la figure 6.9

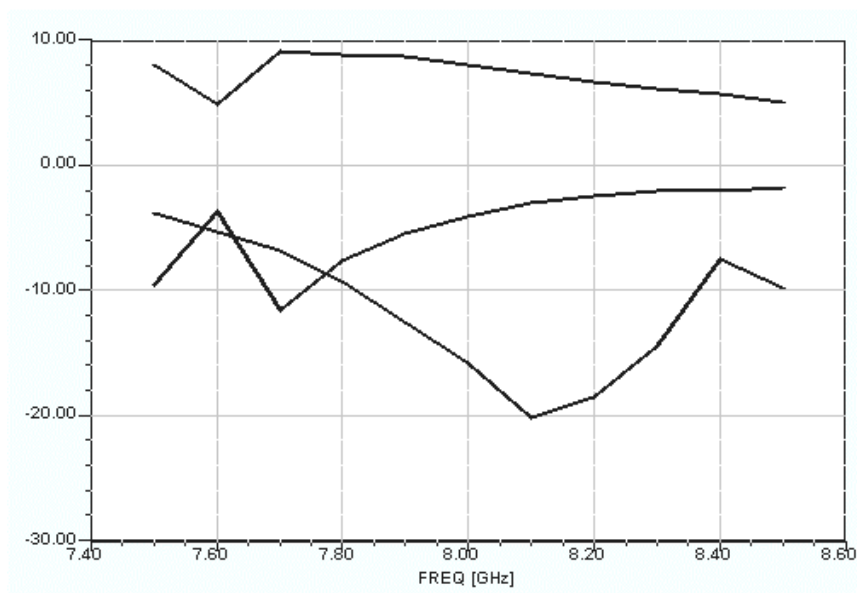


Figure 6.9 :Variation des paramètres S_{ij} en fonction de la fréquence de l'amplificateur associant un diviseur combineur de Wilkinson.

La synthèse du diviseur de Wilkinson pour différentes valeurs de h et de ϵ_r est illustrée par le tableau 6.3.

Z_C (Ω)	θ°	h (mm)	ϵ_r	t (mm)	w (mm)	L
70.71	90	0.635	10	9	0.254	3.578
70.71	90	1.27	10	9	0.560	3.492
70.71	90	0.25	2.33	9	0.411	6.613

Tableau 6.3 : synthèse du diviseur de puissance de Wilkinson

L'observation de l'évolution des paramètres S_{ij} en fonction de la fréquence de l'amplificateur (figure 6.9) montre que:

- Le coefficient de réflexion à l'entrée S_{11} ne passe pas par un minimum à la fréquence centrale $f=8.2\text{Ghz}$, ceci s'explique par une légère désadaptation à l'entrée introduite par le circuit diviseur.
- La variation du coefficient de réflexion à la sortie S_{22} montre que la sortie est adaptée au voisinage de 7.7Ghz . L'adaptation n'est pas réalisée à la fréquence de travail $f=8.2\text{Ghz}$ mais la puissance de sortie de l'amplificateur est maximale. Les deux transistors délivrant des puissances maximales à leurs sorties respectives.

Les caractéristiques de cet amplificateur sont les suivantes:

- Puissance de sortie: 7.2W
- Puissance d'entrée maximale: 15mW
- Rendement: 40%
- Coefficient d'intermodulation: 70.55dB
- Fréquence centrale: 8.2Ghz
- Bande de fréquence: $7.5\text{Ghz}-8.5\text{Gh}$

c. Conception d'un amplificateur de puissance par la méthode d'optimisation MAO

Pour une puissance d'entrée $P_{emax} = 18\text{mW}$, P_{max} , Y_{opt} , R_{max} et $(C/I)_{dB}$ sont déterminés respectivement par les relations (4.15), (4.21), (4.25) et (4.46).

En considérant la valeur de Y_{out} identique à celle déterminée par la méthode MIT, la valeur de Y_{op} permet de calculer l'impédance caractéristique de la ligne quart d'onde à la sortie du transistor à l'aide de la relation (5.14).

$$Y_{opt} = 0.12\text{W}^l$$

$$Z_C = 20.41\text{W}$$

Comme le transistor est unilatéral (S_{12} très faible), le quadripôle d'entrée est identique à celui utilisé dans le premier exemple. Le schéma de cet amplificateur est représenté par la figure 6.10

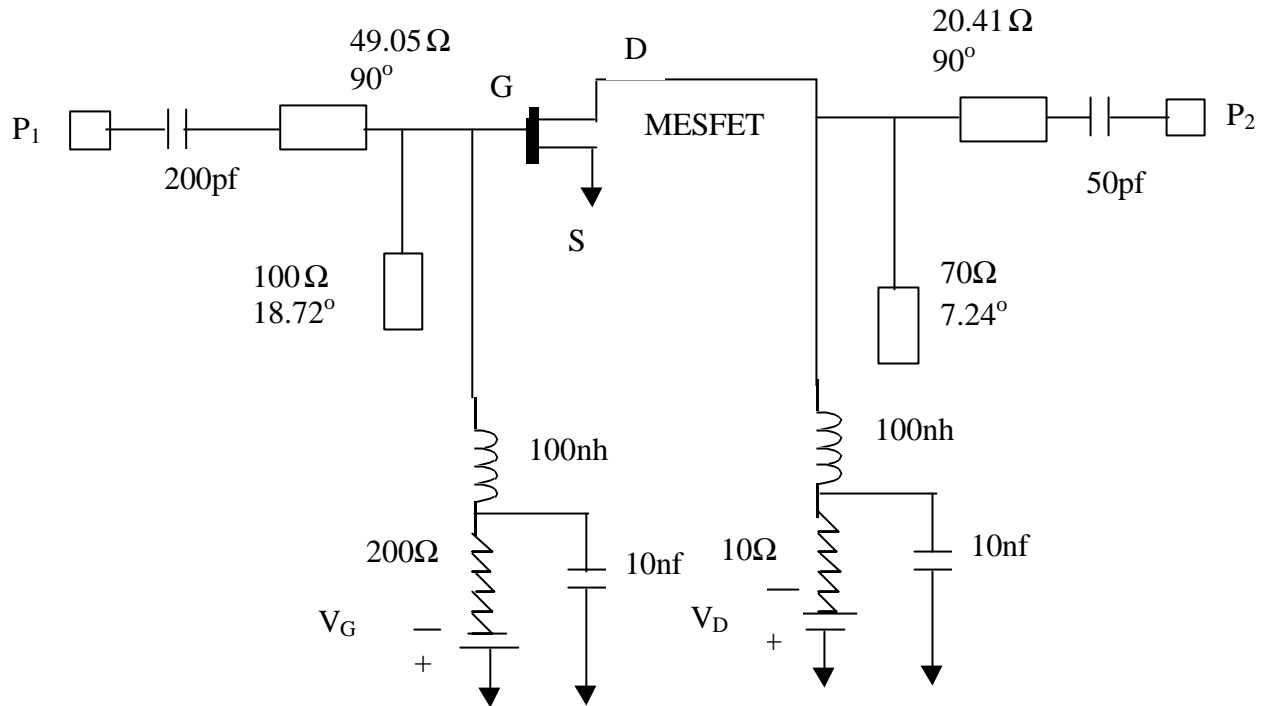


Figure 6.10 : Schéma de l'amplificateur classe A non linéaire

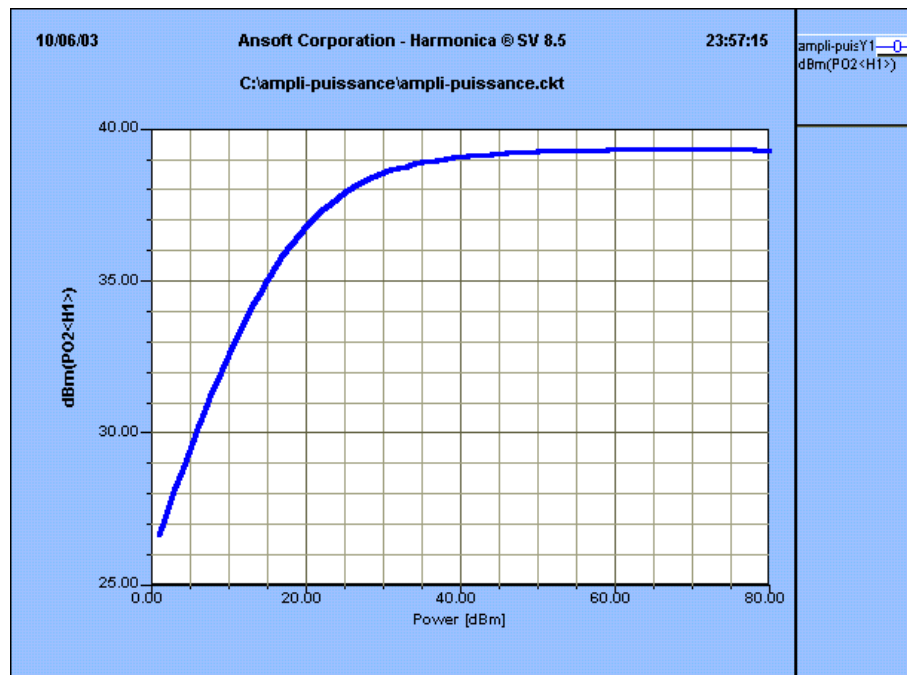


Figure 6.11 : Puissance de sortie fonction de la puissance d'entrée

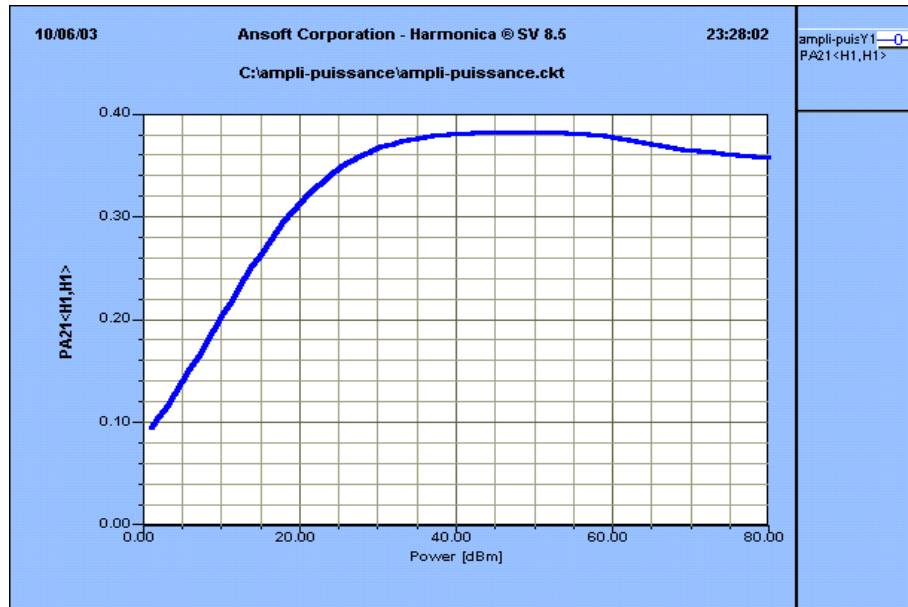


Figure 6.12 : Rendement en puissance ajoutée fonction de la puissance d'entrée

Ces courbes ont été obtenues grâce au logiciel Serenade, ces dernières suivent le modèle de Materka. Ces résultats obtenus sont quasi conformes aux résultats de simulation obtenus avec le modèle de Gopinath et Rankin. Il est à noter que, le simulateur Serenade ne contient pas le modèle de Gopinath et Rankin.

CONCLUSION GÉNÉRALE

Ce travail nous a permis, en premier lieu, d'étudier et analyser les performances (puissances, rendements et intermodulation) de l'amplificateur de puissance d'une part, et à élaborer des techniques de conception de ce dispositif d'autre part. La conception des circuits micro-ondes nécessite la connaissance du comportement grand signal des composants actifs.

La mise en oeuvre des différentes méthodes d'extraction nous a permis d'aboutir à la caractérisation des éléments électriques du modèle grand signal. Le modèle obtenu a été utilisé pour l'étude analytique des phénomènes non linéaires rencontrés dans les amplificateurs de puissance et à la conception des circuits qui le constituent.

L'analyse des classes de fonctionnement à l'aide d'un modèle linéaire et d'un modèle non linéaire simple nous a permis de dégager les tendances qui mènent à l'amélioration du rendement. Les résultats montrent que le rendement peut être amélioré de deux façons :

- Par diminution de la valeur moyenne du courant de drain (ou de la tension de drain).
- Par augmentation de l'amplitude fondamentale du courant (ou de la tension de drain).

Cette analyse a montré également que les classes AB et B se caractérisent par des rendements en puissance ajoutée élevés. De ce fait elles présentent un intérêt particulier pour les amplificateurs de puissance aux fréquences micro-ondes.

On pourra, en perspective, utiliser un modèle complet et des moyens de simulation non linéaire pour l'analyse des classes de fonctionnement.

L'étude de l'influence de la charge sur les performances (puissance de sortie, puissance ajoutée, rendement, rendement en puissance ajoutée, intermodulation d'ordre trois) du dispositif en régime non linéaire, nous a permis d'introduire les notions fondamentales caractéristiques des amplificateurs de puissance, à savoir la notion de lieux des admittance de charge pour une performance donnée.

Les résultats quantitatifs et qualitatifs de l'étude des différents lieux correspondant à une performance fixée montrent que certaines performances sont antagonistes et peuvent nous mener vers la recherche d'un compromis en particulier entre la puissance et l'intermodulation.

D'autre part, on pourra étudier l'influence de la charge sur les performance en utilisant d'autres modèles qui traduisent, d'une façon plus complète, le fonctionnement non linéaire du dispositif et valider les résultats avec les contours des admittances de charge obtenus par la méthode expérimentale (Load Pull).

Pour la conception d'un amplificateur classes A, nous avons utilisé deux méthodes:

- La méthode itérative en considérant le modèle linéaire de la source de drain du transistor
- La méthode analytique utilisant Le modèle réel non linéaire de la source de courant de drain (modèle de Gopinath et Rankin) ;

Ainsi, la première méthode a permis de calculer la conductance optimale, mais aussi la suceptance de l'admittance de charge qui est nécessaire pour le dmentionnement des circuits de l'amplificateur. Cette méthode basée sur l'utilisation de la matrice de répartition est aproximative et permet de connaître l'évolution du rendement en puissance ajoutée.

Quant à la deuxième méthode, elle nous a mené à la détermination de la conductance optimale par un calcul rigoureux à partir d'un modèle mathématique de la source de courant de drain, mais a nécessité la connaissance du modèle électrique du transistor notamment la valeur des condensateurs C_{ds} et C_{gs} . Cette méthode, plus précise, a permis de connaître le rendement en puissance ajoutée et l'intermodulation d'ordre 3 qui sont des caractéristiques fondamentales dans les amplificateurs microondes de puissance.

Tous ces travaux ont été synthétisés et rassemblés dans un programme informatique global dont la finalité est la conception et la synthèse des amplificateurs de puissance micro-ondes.

BIBLIOGRAPHIE

- [1] Harry F. Cooke, "Microwave transistor, theory and design", *Proceeding of the IEEE*, vol 59, n°8 August 1971, 1163-1181
- [2] Charles A. Liechti, "Microwave field effect transistor", *IEEE Transaction on Microwave Theory and Techniques* vol, MTT-24, N°6, June 1976, pp923-926.
- [3] P. M. Smith and al, "HEMT'S low noise and power transistor for 1 to 100 Ghz", *Applied Microwave-May 1989*, pp 63-72
- [4] Stephen I. Long, "A comparaison of the GaAs MESFET and the AlGaAs /GaAs heterojonction bipolar transistor for power microwave amplification", *IEEE Transactions on electron device*, vol 36, N° 7, July 1989, pp1274-1278
- [5] J. Michael Golio, "Microwave MESFETs and HEMTs", *Artech House 1991*, chapitre 2.
- [6] R. Soares, J. Graffeuil, et J. Obregon, "Amplification des transistors à effet de champ en arséniure de galium", *Erolles et CENT-ENST*, 1984
- [7] Marie – Josée Villard, "Contribution à la modélisation non linéaire des TECs AsGa pour la CAO des circuits monolithiques microondes", *Thèse présentée à l'université de Limoges*, Décembre 1990
- [8] Mark C. Lau, "Small Signal equivalent circuit from a Galium Arsenide MESFET Device", *PHD*, July 23, 1997, Blacksburg Virginia
- [9] J. M. Nébus, "Systèmes automatiques de caractérisation des quadripôles non linéaires micro-ondes, Application à la conception optimale d'amplificateurs et d'oscillateurs de puissance", *Thèse de Doctorat de l'université de Limoges*, Juin 1988.
- [10] A. Gopinath and J. B. Rankin, "Single – MESFET frequency doublers", *IEEE Transaction on Microwave Theory and techniques*, vol, MTT – 30, n°6, June 1982, pp 869-875.
- [11] T. Kacprzak and A. Materka, "Compact dc model of GaAs FETs for large signal computer calculation", *IEEE Journal solid – stat ecircuit*, vol Sc 18, April 1983.
- [12] H. Staz and al, "GaAs FET device and circuit simulation in Spice", *IEEE, Transaction on electron device*, vol ED-34, n°2, February 1987, pp 160-169.
- [13] W. R. Curtice, "A MESFET model for use in the design of GaAs integrated circuits", *IEEE, Transaction, Microwave Theory and techniques*, vol, MTT –28, May 1980, pp 448-456.
- [14] Y. Tajima and al, "GaAs FET large signal model and its application to circuit", *IEEE Transaction electron device*, vol ED –28, February 1981, pp171-175
- [15] Claud Duvanaud, "les classes de fonctionnement à haut rendement pour l'amplification de puissance microonde, en vue d'application spatiales et de radiocommunications mobiles", *Thèse de doctorat de l'université de Limoges*, Février 1993.
- [16] L. J. Kushner, "Output performance of idealised microwave power amplifiers", *Microwave journal*, October 1989, pp 103-111.
- [17] Philippe Bouyisse, "Optimisation expérimentale des conditions de fonctionnement des transistor de puissance pour systèmes de télécommunication microonde", *Thèse de doctorat, d'électronique*, Juillet 1992

- [18] J.C. Pedro and J. Perez, "Accurate simulation of GaAs MESFET's intermodulation distortion using a new drain source current model," *IEEE Transaction on Microwave and Techniques*, vol 42, n° 1, Jan 1994.
- [19] J.C. Pedro, *Membre IEEE*, "Evaluation of MESFET non linear intermodulation by distortion channel doping control", *IEEE, Transaction on Microwave Theory and Techniques*, vol 45, n° 11, Nov 1997.
- [20] N. Bahlouli, "Analyse et Conception des Coupleurs et Diviseurs de Puissance Micro-Ondes", *Thèse de Magister, ENP, janvier 2001*.
- [21] Yaser Kalf, "Systematic optimization technique for Mesfet modeling" *PhD*, Blacksburg, Virginia, July 2000.
- [22] G. Veryhen et Y. Gueber, "Amplification de puissance de 10Ghz à 30Ghz en technologie micro ruban", *Thèse d'ingénieur, 1990*.
- [23] D.M. Drury, Senior member, IEEE, D.C. Zimmerman, member, IEEE, and W. Alan Davis, member, IEEE, "Large Signal caractérisation of dual-Gate field effect transistors using Load Pull Measurements", *IEEE, Transaction on Microwave Theory and Techniques*, vol 41, n° 2, February 1993.

ANNEXE

1. Expression du courant de drain

L'expression du courant de drain dans une zone de variation limitée de V_{gs} est de la forme:

$$I_{ds} = aV_{gs} + bV_{ds} + c \quad (1)$$

a,b,c étant des constantes indépendantes de V_{gs} et de V_{ds} qu'on se propose de déterminer.

Soit la fonction :

$$I_{ds}(t) = f(V_{gs}, V_{ds}) \quad (2)$$

l'équation aux dérivées partielles de $I_{ds}(t)$ est :

$$dI_{ds}(t) = \frac{\partial I_{ds}(t)}{\partial V_{gs}} dV_{gs} + \frac{\partial I_{ds}(t)}{\partial V_{ds}} dV_{ds} \quad (3)$$

g_m et g_d sont les transconductances différentielles définies par .

$$g_m = \frac{\partial I_{ds}(t)}{\partial V_{gs}} \quad (4)$$

$$g_d = \frac{\partial I_{ds}(t)}{\partial V_{ds}} \quad (5)$$

En combinant les relations (3) (4) et (5), on peut écrire alors le courant sous la forme :

$$I_{ds}(t) = g_m V_{gs} + g_d V_{ds} + k \quad (6)$$

Lorsqu'on a simultanément $V_{ds} = V_{ds\min}$ et $V_{gs} = V_F$ alors $I_{ds}(t) = I_{dss}$ ce qui donne

$$k = I_{dss} - g_m V_F - g_d V_{ds\min} \quad (7)$$

En remplaçant (7) dans (6) l'expression du courant de drain devient :

$$I_{ds}(t) = g_m (V_{gs} - V_F) + g_d (V_{ds} - V_{ds\min}) + I_{dss} \quad (8)$$

équation est valable seulement lorsque :

$$V_{ds \min} < V_{ds} < V_{ds \max}$$

$$V_p < V_{gs} < V_f$$

ailleurs le courant $i_d(t)$ est nul .

2. Expression des tensions de commande

Autour du point de fonctionnement V_{gs0} la tension d'entrée s'écrit :

$$V_{gs}(t) = V_{gs0} + V_{gs1} \cos \omega_0 t \quad (9)$$

comme le transistor est chargé par une impédance $Z(\omega_0)$ et par un filtre court-circuitant les harmoniques ;la tension de sortie s'écrira alors :

$$V_{ds}(t) = V_{ds0} + V_{ds1} \cos(\omega_0 t + \mathbf{j}) \quad (10)$$

Le déphasage \mathbf{j} provient de la charge que l'on place en sortie du transistor .en effet :

a. Si la charge est purement résistive (figure.1)

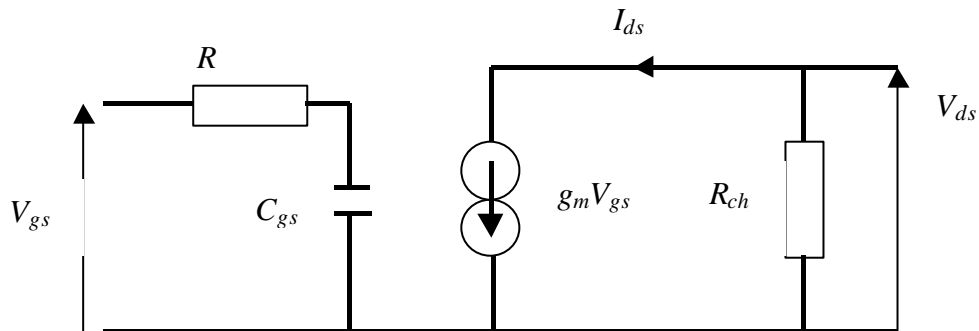


Figure1 : Modèle unilatéral chargé par une charge purement résistive

nous avons :

$$V_{ds} = -R_{ch} I_{ds}$$

$$I_{ds} = g_m \cdot V_{gs}$$

ce qui donne :

$$V_{ds} = -(R_{ch} \cdot g_m) V_{gs} \quad (11)$$

on en déduit que $\mathbf{j} = 0$ et nous avons alors un déphasage de \mathbf{p} entre V_{ds} et V_{gs} représenté par le signe (-)

b. Si la charge est complexe.

$$|Z_{ch}| = |Z_{ch}| e^{j\mathbf{j}}$$

$$V_{ds} = -|Z_{ch}| e^{j\mathbf{j}} g_m V_{gs}$$

$$|V_{ds}| e^{j\mathbf{j} v_{ds}} = e^{j\mathbf{p}} |Z_{ch}| e^{j\mathbf{j}} g_m |V_{gs}| e^{j\mathbf{v}_{gs}}$$

comme la phase de V_{gs} est prise en référence $\mathbf{j}_{vgs} = 0$ et nous aurons :

$$\mathbf{j}_{vds} = \mathbf{p} + \mathbf{j}$$

alors

$$V_{ds}(t) = V_{dso} - V_{ds1} \cos(\mathbf{w}t + \mathbf{j}) \quad (12)$$

C'est donc bien de la charge que provient le déphasage φ

3.déphasage optimal donnant une puissance de sortie maximale

L'équation (9) peut s'écrire :

$$V_{gs}(t) = V_{gso} + \tilde{V}_{gs1} \cos \mathbf{w}_0 t = V_{gso} + V_{gs1}(t) \quad (13)$$

où

$$\tilde{V}_{gs1} = \tilde{V}_{gs1} e^{j0}$$

l'équation (12) peut s'écrire :

$$V_{ds}(t) = V_{dso} + \tilde{V}_{ds1} \cos \mathbf{w}_0 t \quad (14)$$

où

$$\tilde{V}_{ds1} = V_{ds1} e^{j\mathbf{j} v_{ds1}}$$

et

$$\mathbf{j}_{vds11} = \mathbf{j} + \mathbf{p}$$

en prenant la partie variable de l'expression (8)

$$I_{ds}(t) = g_m V_{gs1}(t) + g_d \cdot V_{ds1}(t) \quad (14)$$

$$I_{ds1}(t) = g_m V_{gs1} \cos \mathbf{w}_0 t - g_d V_{ds1} \cos(\mathbf{w}_0 t + \mathbf{j}) \quad (15)$$

$i_{ds1}(t)$ peut s'écrire de la façon suivante :

$$I_{ds1}(t) = (g_m V_{gs1} - g_d V_{ds1} \cos \mathbf{j}) \cos \mathbf{w}_0 t + (g_d V_{ds1} \sin \mathbf{j}) \sin \mathbf{w}_0 t \quad (16)$$

d'autre part le courant de drain peut s'écrire

$$I_{ds1}(t) = I_{ds1} \cos(\mathbf{w}_0 t + \mathbf{y}) \quad (17)$$

ou encore :

$$I_{ds1}(t) = (I_{ds1} \cos \mathbf{y}) \cos \mathbf{w}_0 t - (I_{ds1} \sin \mathbf{y}) \sin \mathbf{w}_0 t \quad (18)$$

en comparant les équations (16) et (18) nous obtenons le système d'équation suivant :

$$(I_{ds1} \cos \mathbf{y}) = (g_m V_{gs1} - g_d V_{ds1} \cos \mathbf{j}) \quad (19)$$

$$-(I_{ds1} \sin \mathbf{y}) = (g_d V_{ds1} \sin \mathbf{j}) \quad (20)$$

L'expression de la puissance de sortie est :

$$P_S = -\frac{1}{2} \text{Re}(\tilde{V}_{ds1} \tilde{I}_{ds1}^*) \quad (21)$$

le signe (-) indique que la puissance est fournie à la charge .

posons

$$\tilde{I}_{ds1} = I_{ds1} e^{j\mathbf{j}} \quad (22)$$

$$\tilde{V}_{ds1} = V_{ds1} e^{j(\mathbf{j} + \mathbf{p})} = -V_{ds1} e^{j\mathbf{j}} \quad (23)$$

en remplaçant les expressions (22) et(23) dans (21) et en combinant avec les relations (19)et (20) nous obtenons :

$$P = \frac{1}{2} V_{ds1} (g_m V_{gs1} \cos \mathbf{j} - g_d V_{ds1}) \quad (24)$$

Calculons la dérivée par rapport à \mathbf{j} V_{ds1} et V_{gs1} considérés constants .

$$\frac{\partial P}{\partial \mathbf{j}} = -\frac{1}{2} g_m V_{gs1} V_{ds1} \sin \mathbf{j} \quad (25)$$

cette dérivée est nulle pour $\mathbf{j} = 0$ et $\mathbf{j} = \mathbf{p}$.cette dernière solution est à exclure car cela donnerait le signal V_{ds} en phase avec V_{ds1} . $\mathbf{j} = 0$ et donc la solution optimale qui correspond à une puissance de sortie maximale.

ces deux expressions sont remplacées dans l'équation (5), nous obtenons :

$$id(t) = gm(Vgs_0 - V\mathbf{f}) + gd(Vds_0 - Vds \min) + Idss + (gmVgs_1 - gdVds_1) \cos w_0 t \quad (19)$$

4-Expression de $id(t)$ en fonction de l'angle d'ouverture \mathbf{q}_0

$id(t)=0$ pour $w_0 t = \mathbf{q}_0$ alors :

$$0 = gm(Vgs_0 - V\mathbf{f}) + gd(Vds_0 - Vds \min) + Idss + (gmVgs_1 - gdVds_1) \cos \mathbf{q}_0 \quad (20)$$

$$\cos \mathbf{q}_0 = - \frac{gm(Vgs_0 - V\mathbf{f}) + gd(Vds_0 - Vds \min) + Idss}{gmVgs_1 - gdVds_1} \quad (21)$$

$$id(t) = - \cos \mathbf{q}_0 (gmVgs_1 - gdVds_1) + (gmVgs_1 - gdVds_1) \cos w_0 t \quad (22)$$

$$id(t) = (gmVgs_1 - gdVds_1) (\cos w_0 t - \cos \mathbf{q}_0) \quad (23)$$